

**1970 г.**

**7**

**5**

**0**

**ИРТУ 19 № 183--65**

**6**

**4**



ДИА  ИЛЬМ

По заказу Министерства просвещения РСФСР

# ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Диафильм по математике  
для средней школы



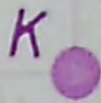
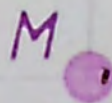
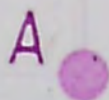
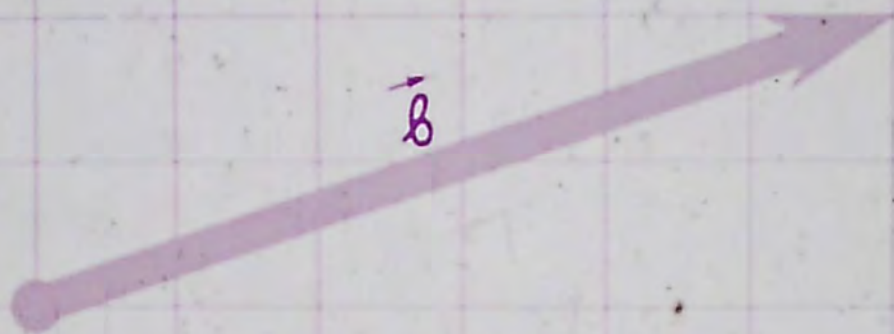
1.

**Понятие  
параллельного  
переноса**

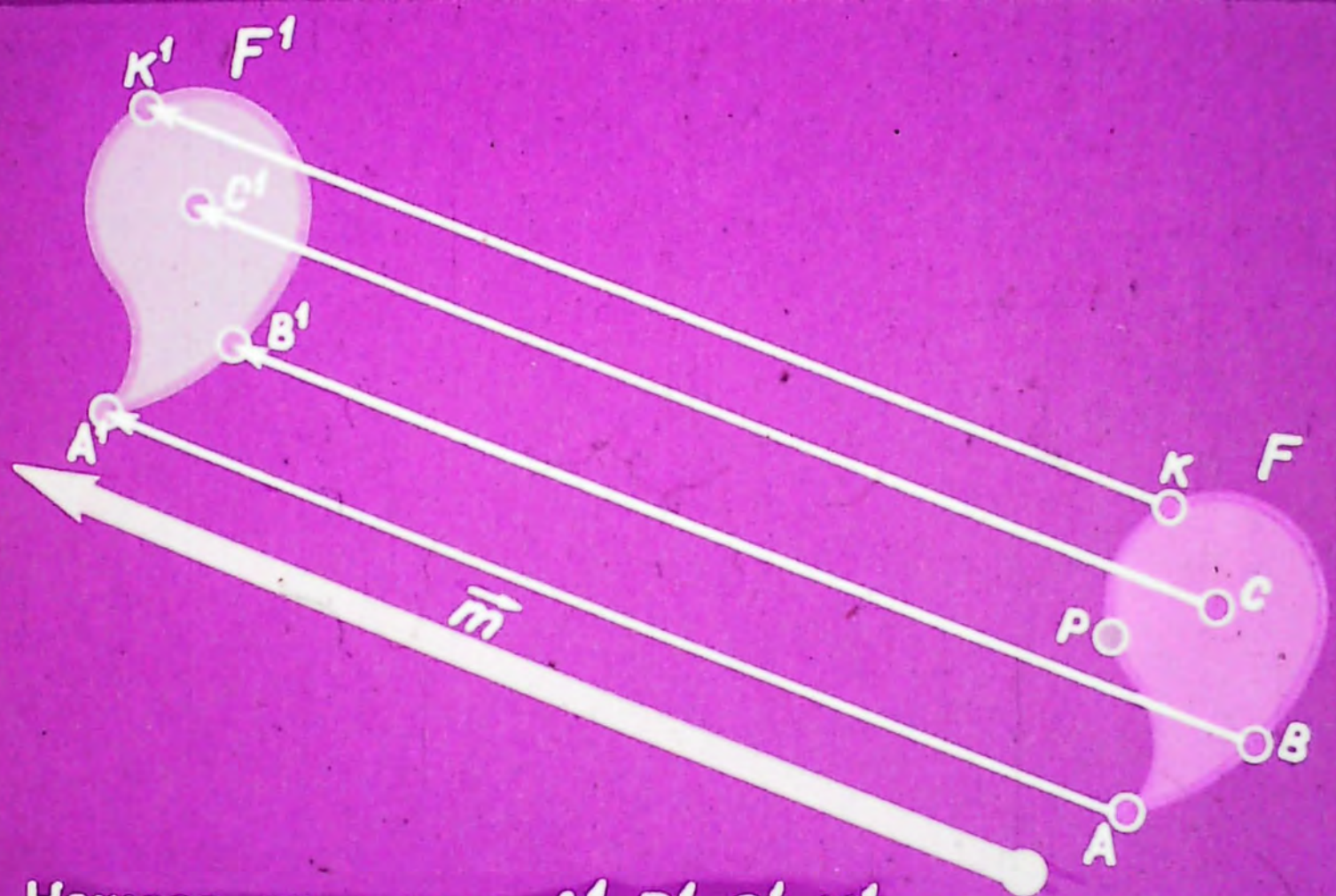


Параллельным переносом на вектор  $\vec{a}$  называется такой переход от точки  $A$  к точке  $B$ , при котором  $\overline{AB} = \vec{a}$ .



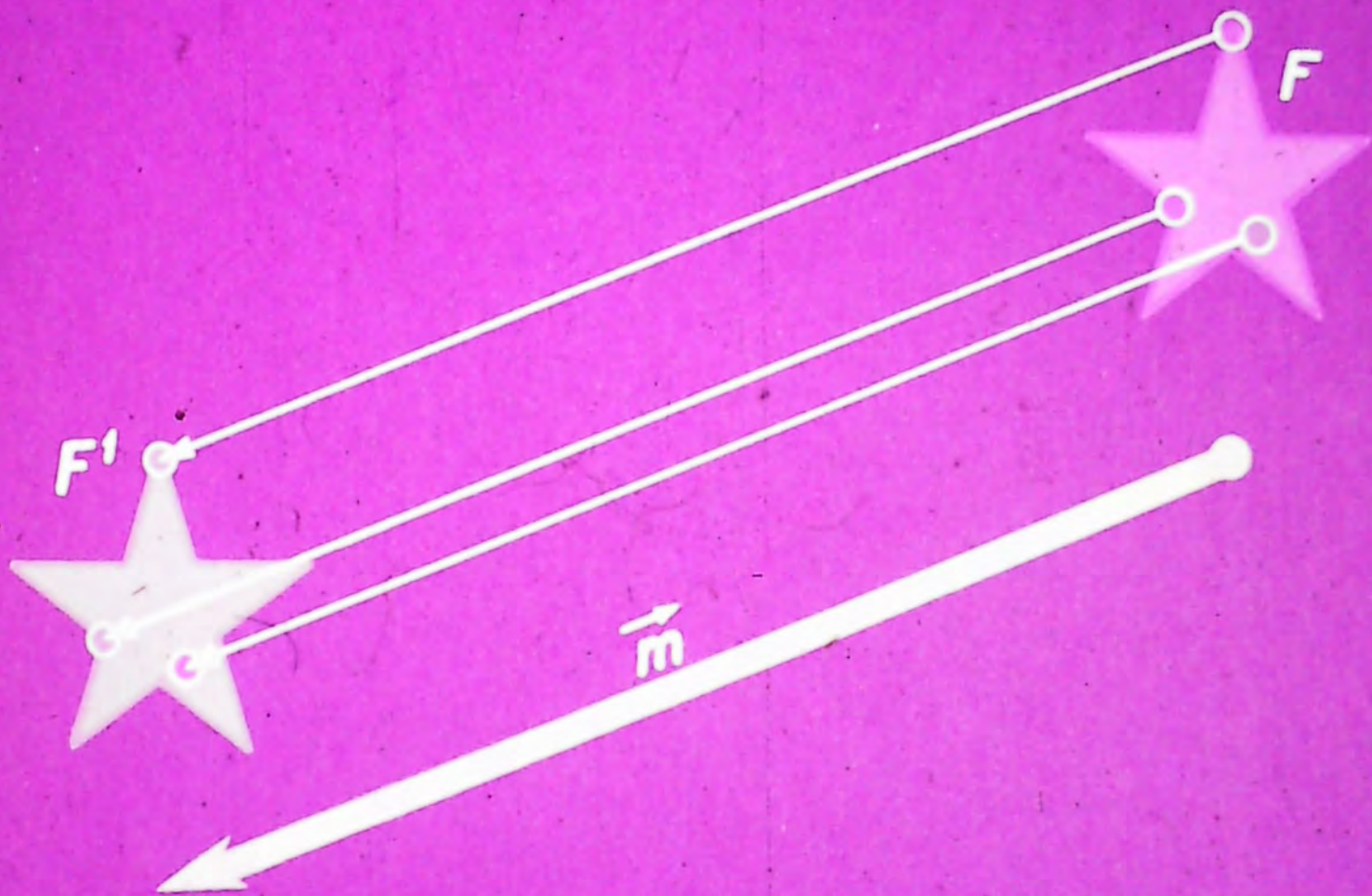


Как получить точку  $M'$  путём параллельного переноса из точки  $M$  на вектор  $\vec{b}$ ? Выполните параллельный перенос точек  $M, A, K$  на вектор  $\vec{b}$ .



Каждая из точек  $A', B', C', K'$  получена из точек  $A, B, C, K$  фигуры  $F$  путём параллельного переноса на вектор  $\vec{m}$ . Как в результате данного переноса получить точку, соответствующую точке  $P$ ?





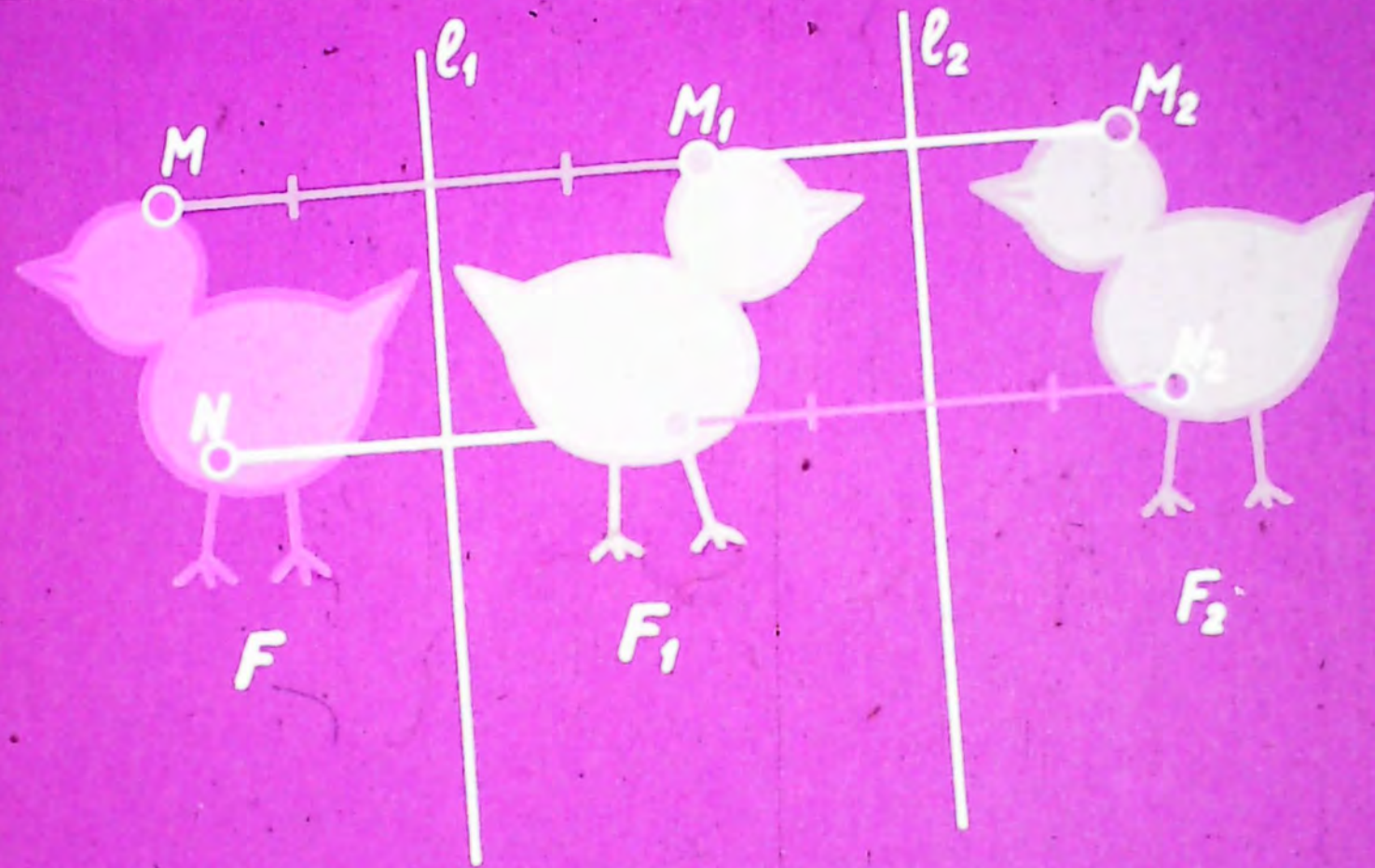
Если каждую точку фигуры  $F$  перенести на вектор  $\vec{m}$ , то говорят, что фигура  $F'$  получена из фигуры  $F$  путём параллельного переноса на вектор  $\vec{m}$ .

**2.**

**Свойства  
параллельного  
переноса**







Фигура  $F$  путём последовательного применения двух симметрий с параллельными осями  $\ell_1$  и  $\ell_2$  переходит в фигуру  $F_2$ . Рассмотрим любые две точки  $M$  и  $N$  фигуры  $F$ . Они переходят в точки  $M_2$  и  $N_2$ .

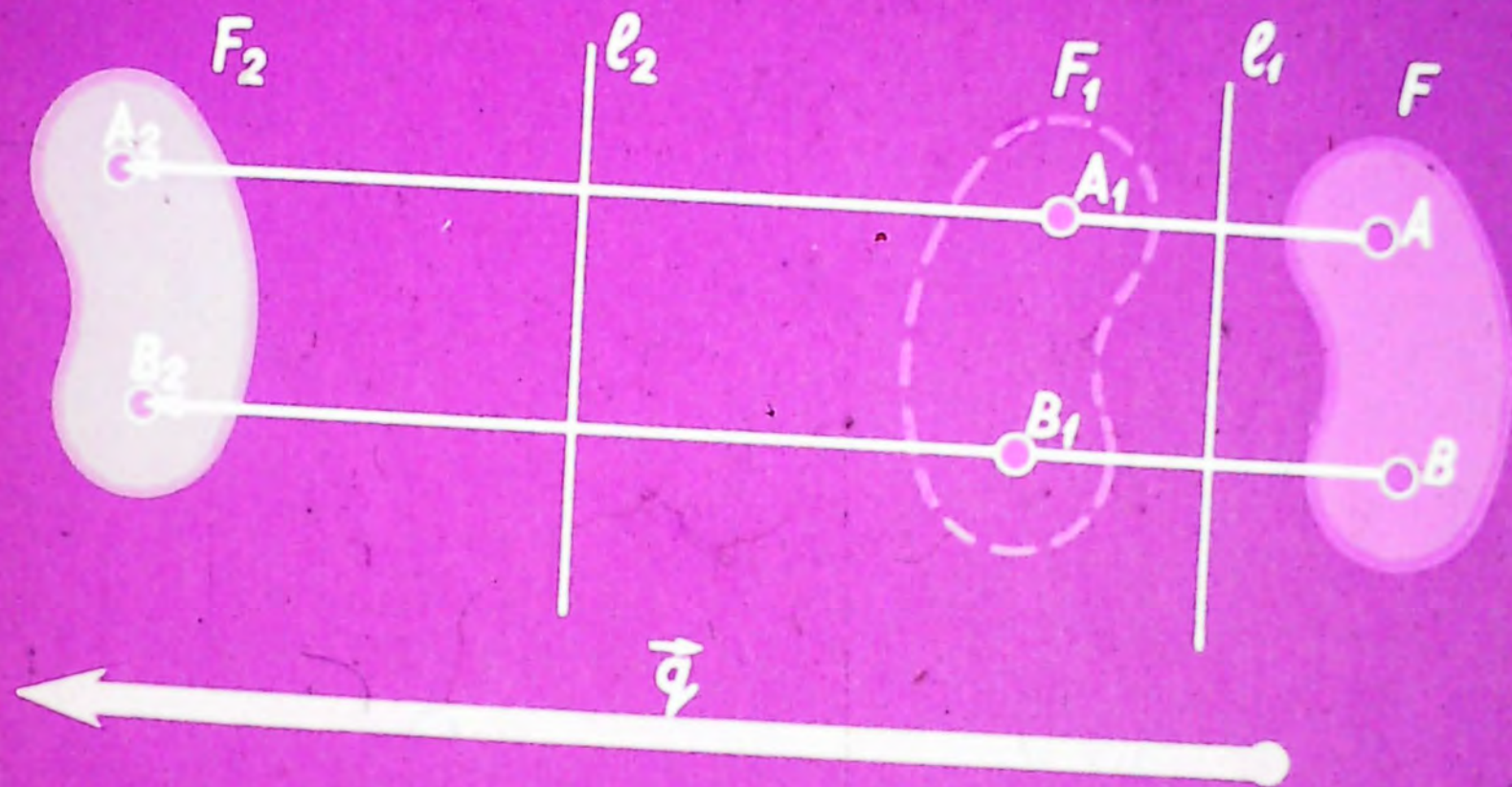




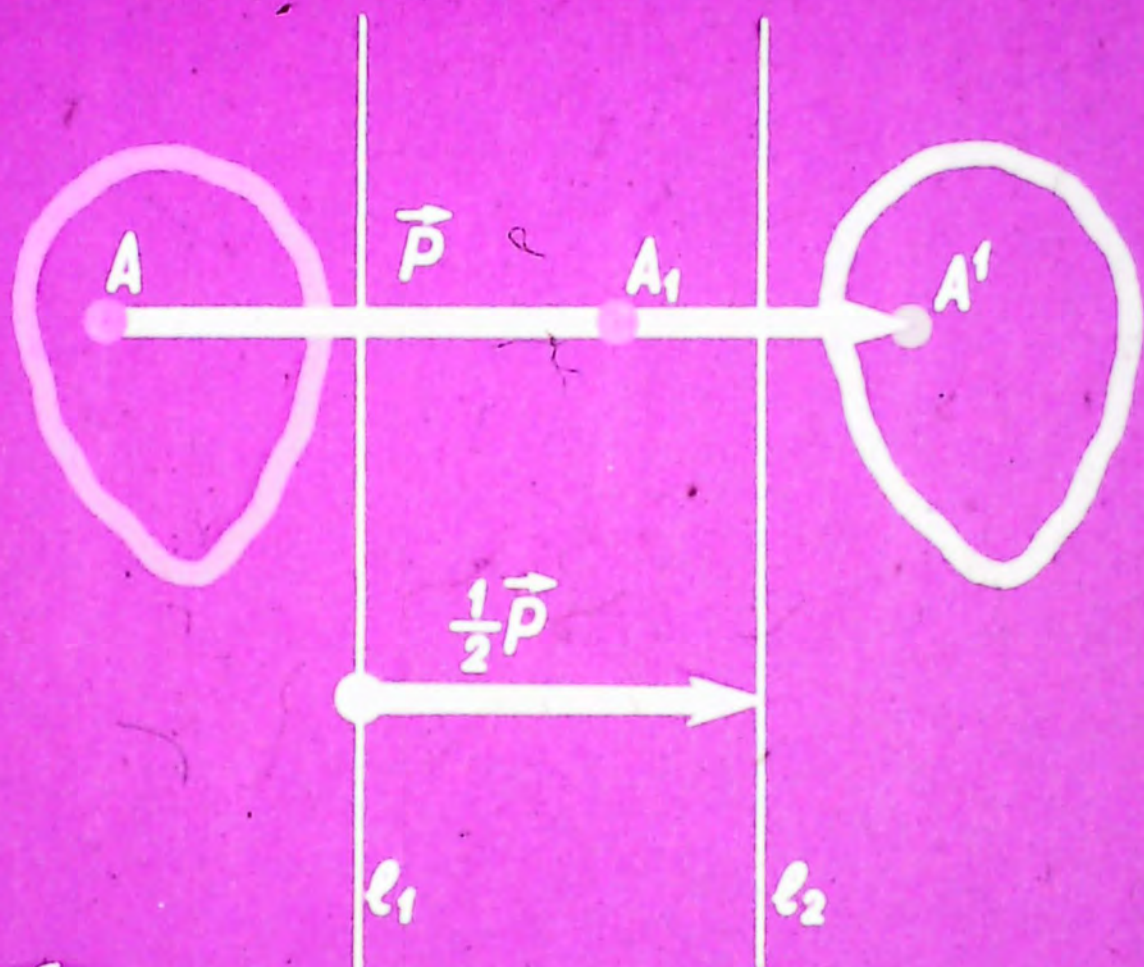
$$\overline{MM_2} = \overline{NN_2} = 2\vec{p}$$

Две последовательные осевые симметрии с параллельными осями  $\ell_1$  и  $\ell_2$  можно заменить параллельным переносом на вектор  $2\vec{p}$ . Объясните почему. 9



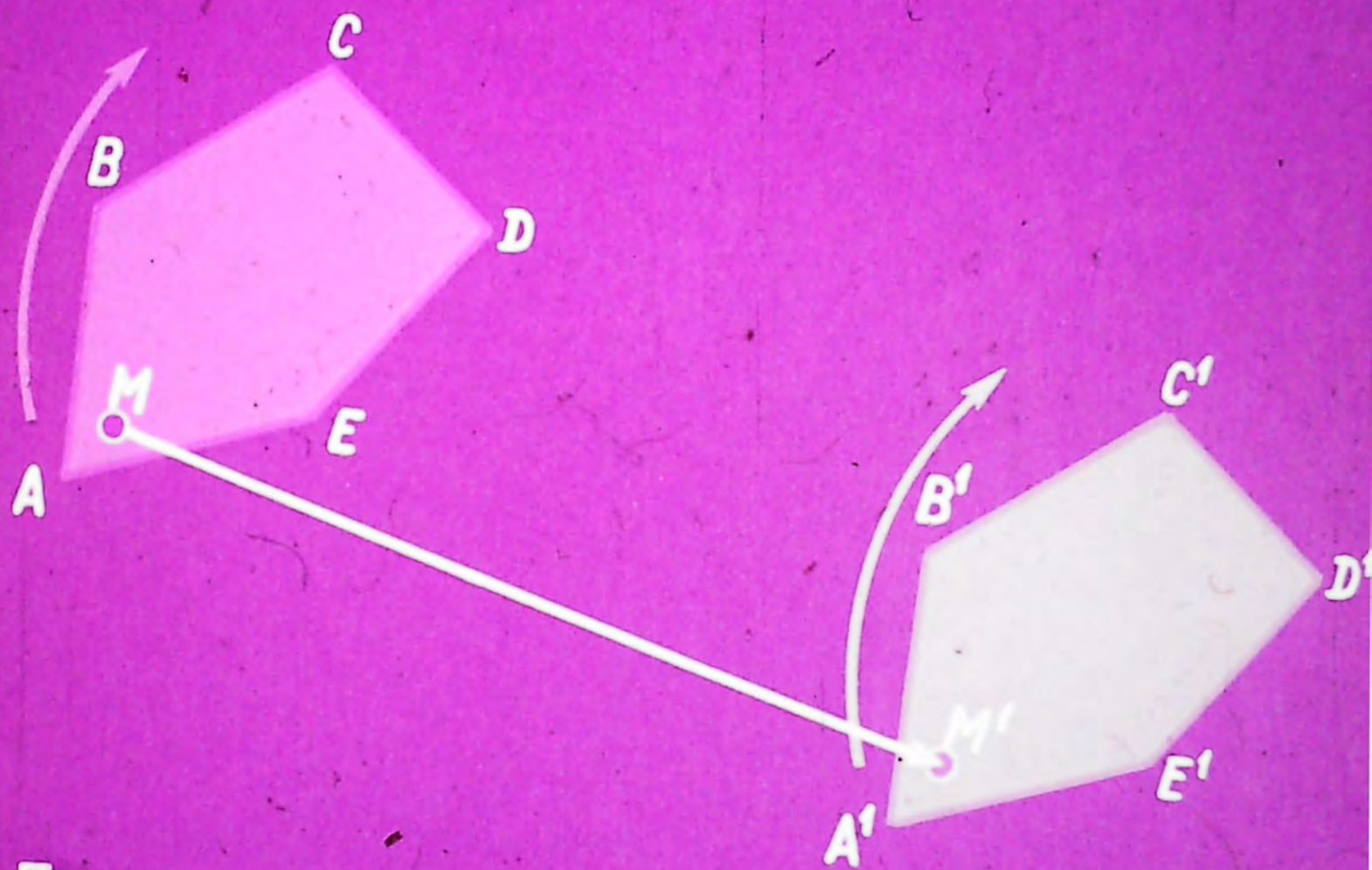


Параллельный перенос на вектор  $\vec{q}$  точек  $A$  и  $B$  фигуры  $F$  переводит их в точки  $A_2$  и  $B_2$  фигуры  $F_2$ . Докажите, что можно выбрать две такие параллельные оси симметрии  $\ell_1$  и  $\ell_2$ , последовательное применение которых переводит фигуру  $F$  в  $F_2$ .

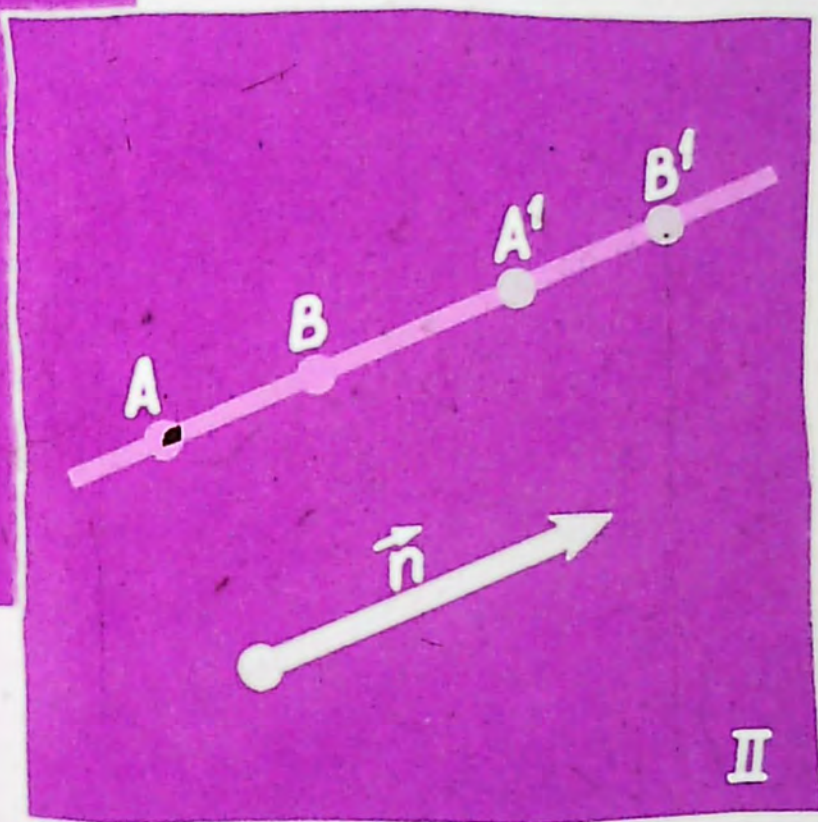
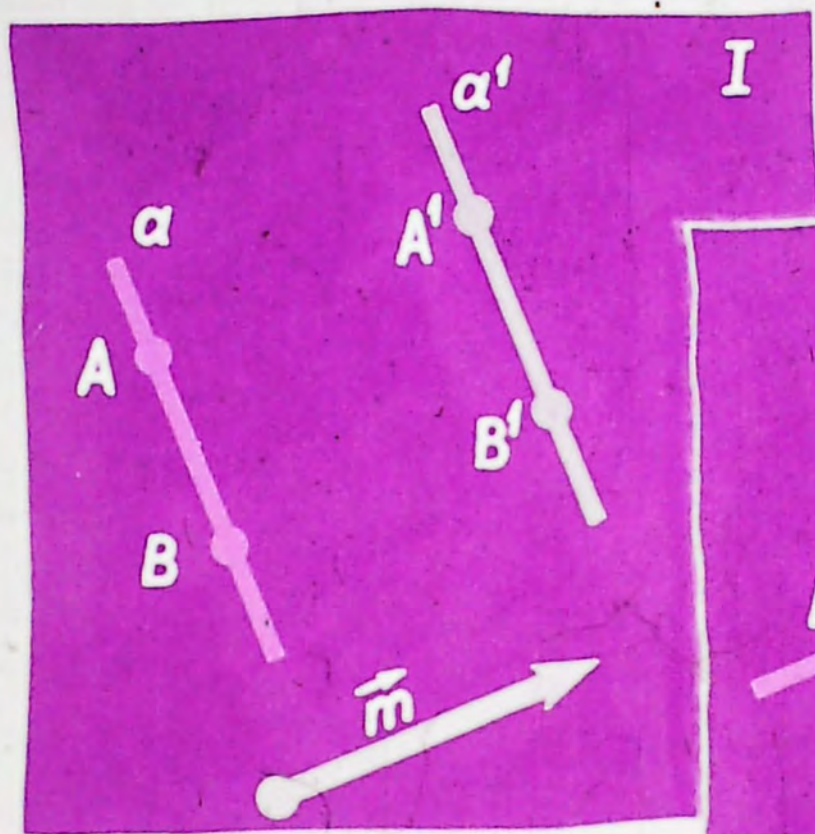


Таким образом, две последовательные симметрии с параллельными осями тождественны с параллельным переносом на вектор, длина которого в два раза больше расстояния между осями.



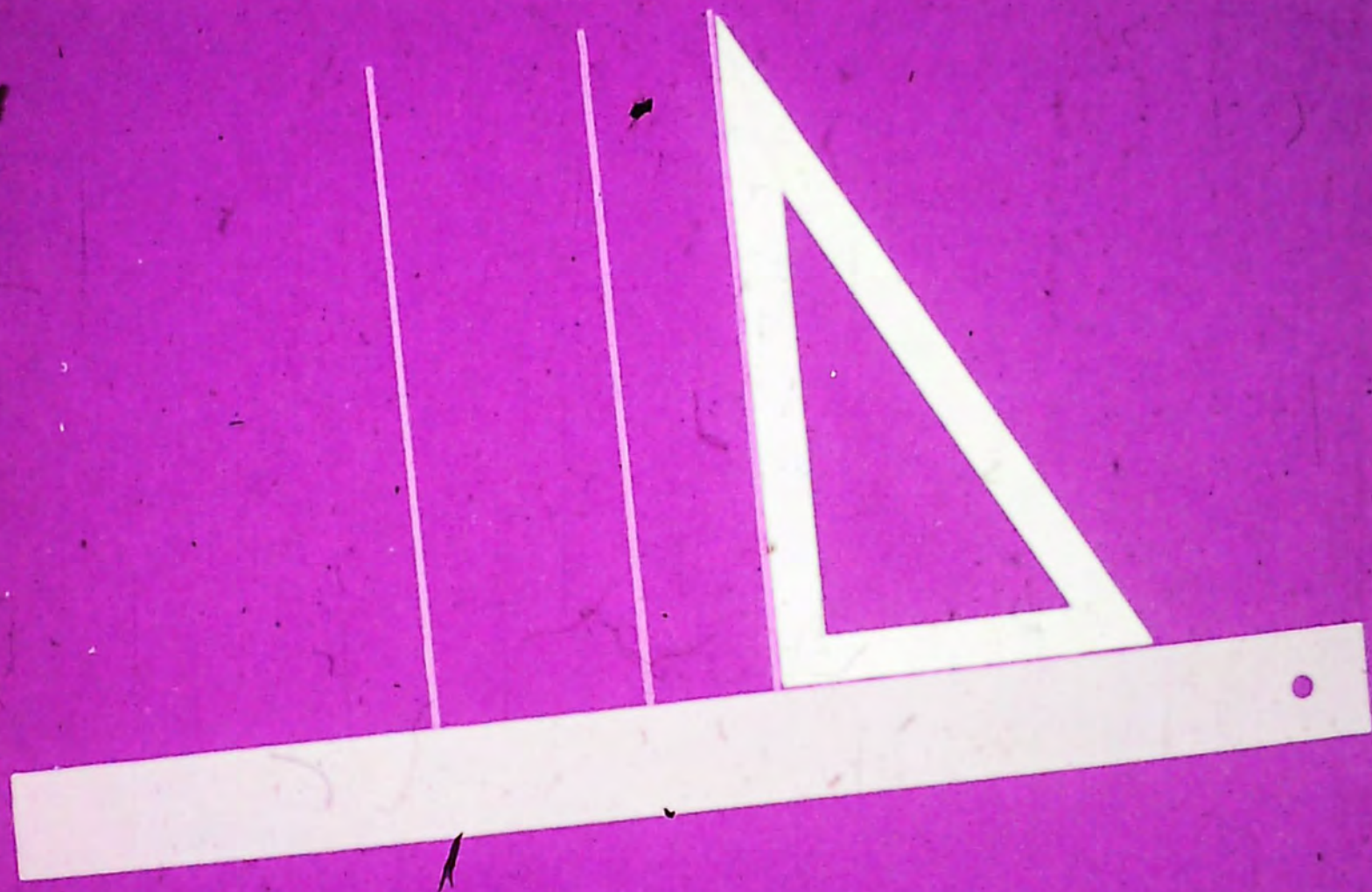


При параллельном переносе каждая фигура переходит в фигуру, ей равную и одинаково ориентированную.



Почему при параллельном переносе прямая переходит в прямую?





Объясните способ построения параллельных прямых с помощью линейки и чертёжного треугольника.



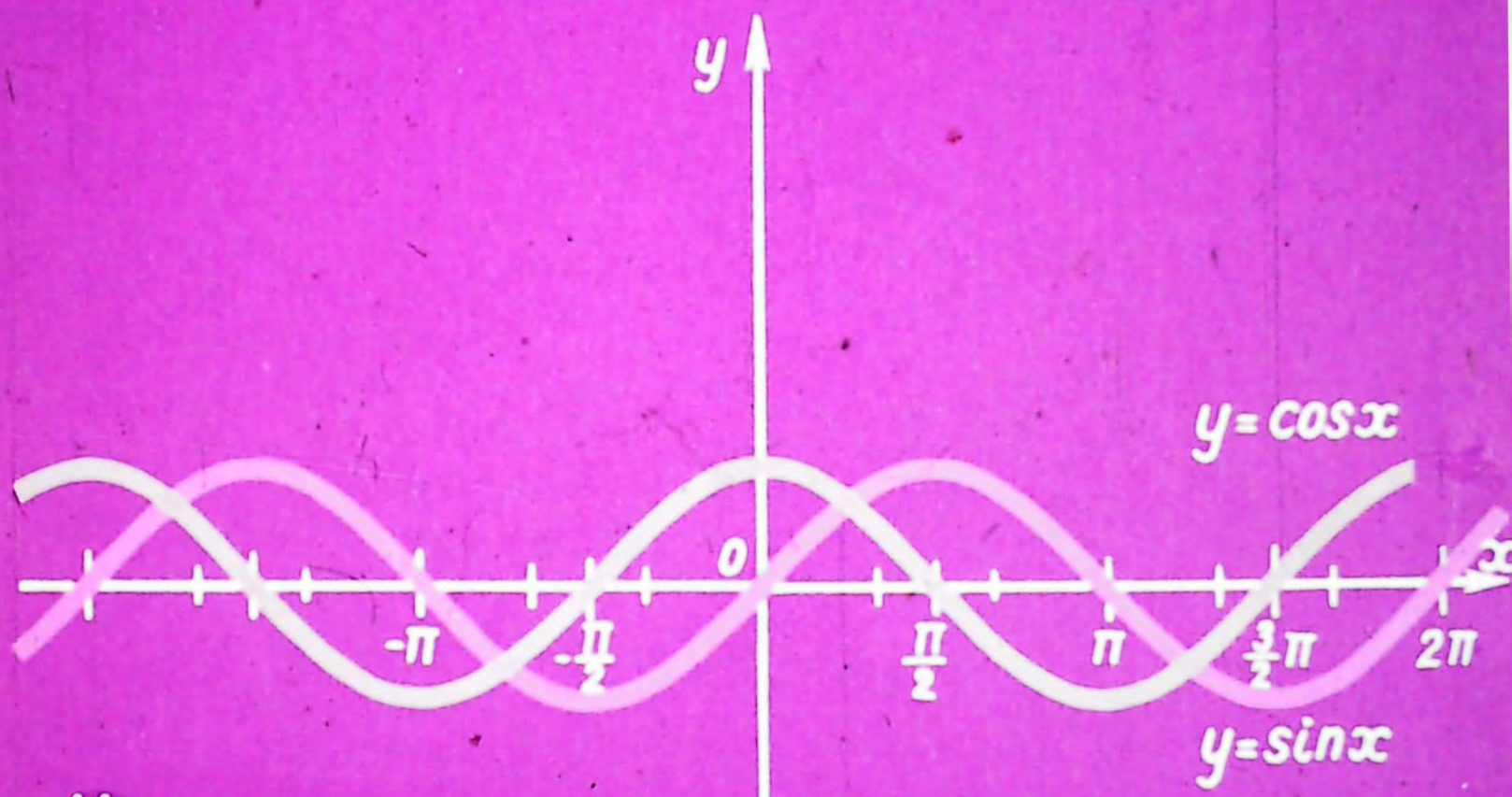


Это – фрагмент орнамента, изображённого на стене дворца персидского царя Дария. Нким наиболее простым способом можно последовательно получить изображение воина?



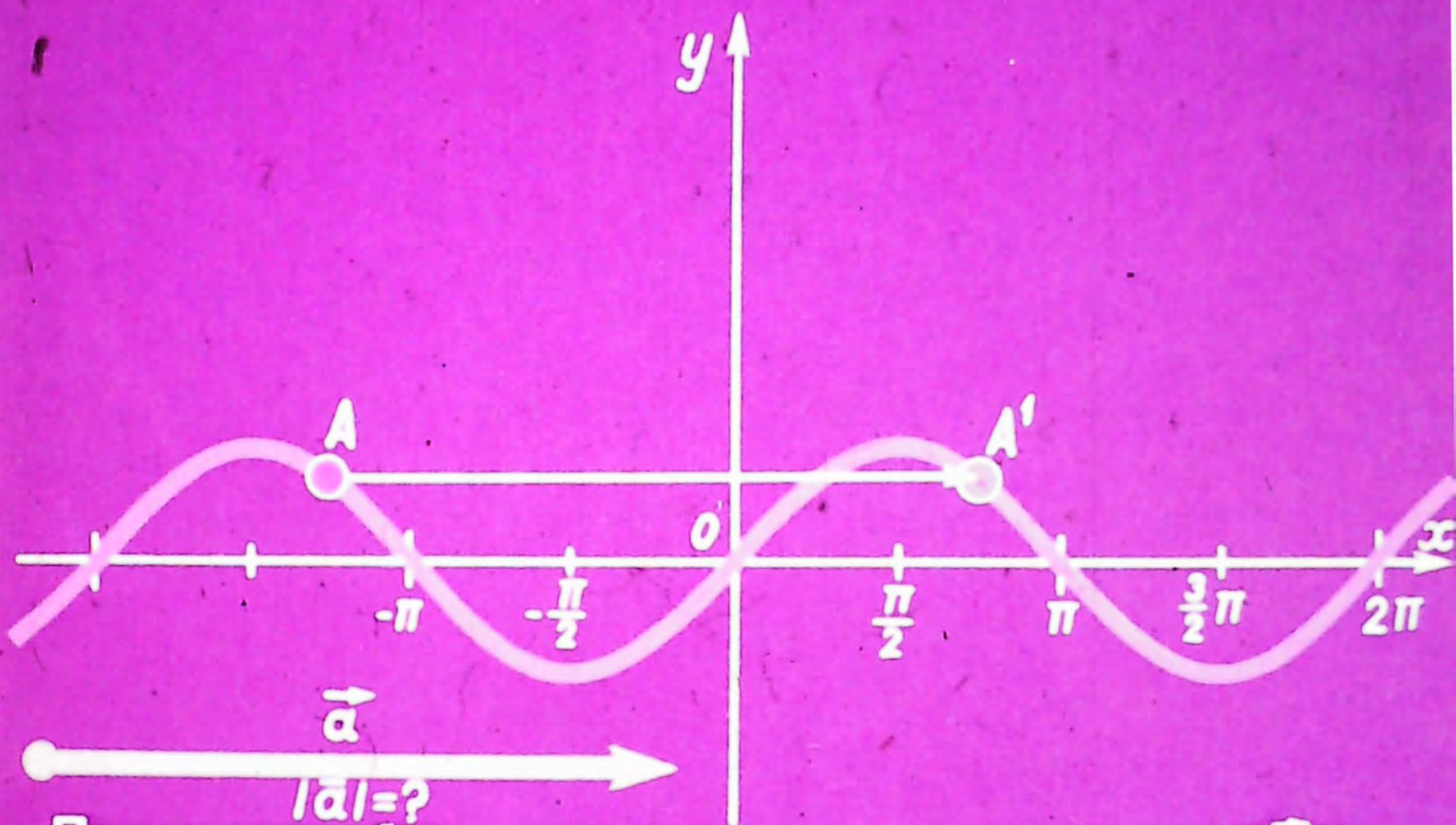


Какое преобразование лежит в основе построения изображения орнаментов на бордюре?

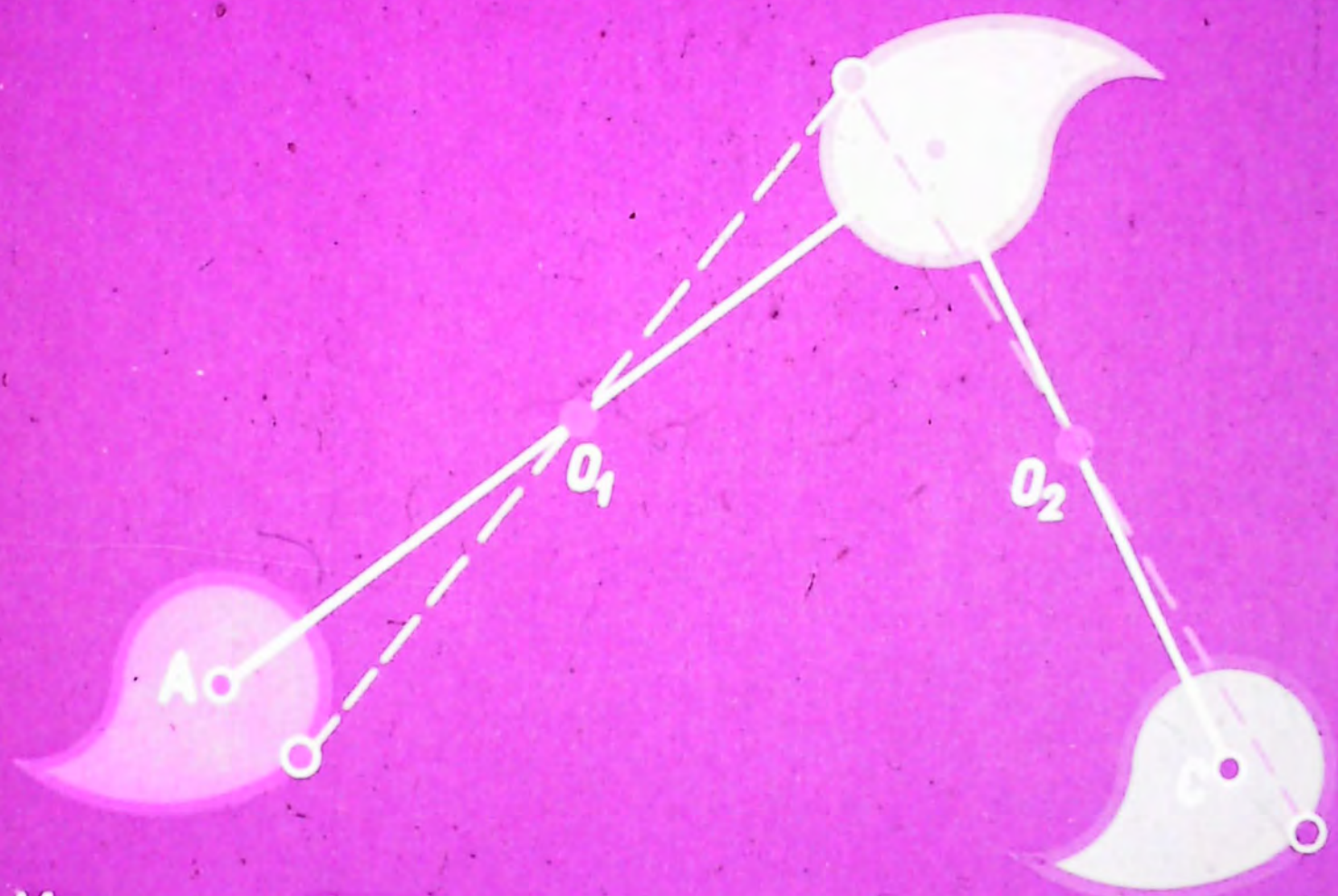


На какой вектор (указать направление вектора и его модуль) следует сдвинуть синусоиду, чтобы получить график функции  $y = \sin x$ ?





Параллельный перенос синусоиды на вектор  $\vec{a}$  переводит её в самую себя. Какова длина вектора  $\vec{a}$ ? Существует ли ограниченная фигура, которая при параллельном переносе переходит сама в себя?

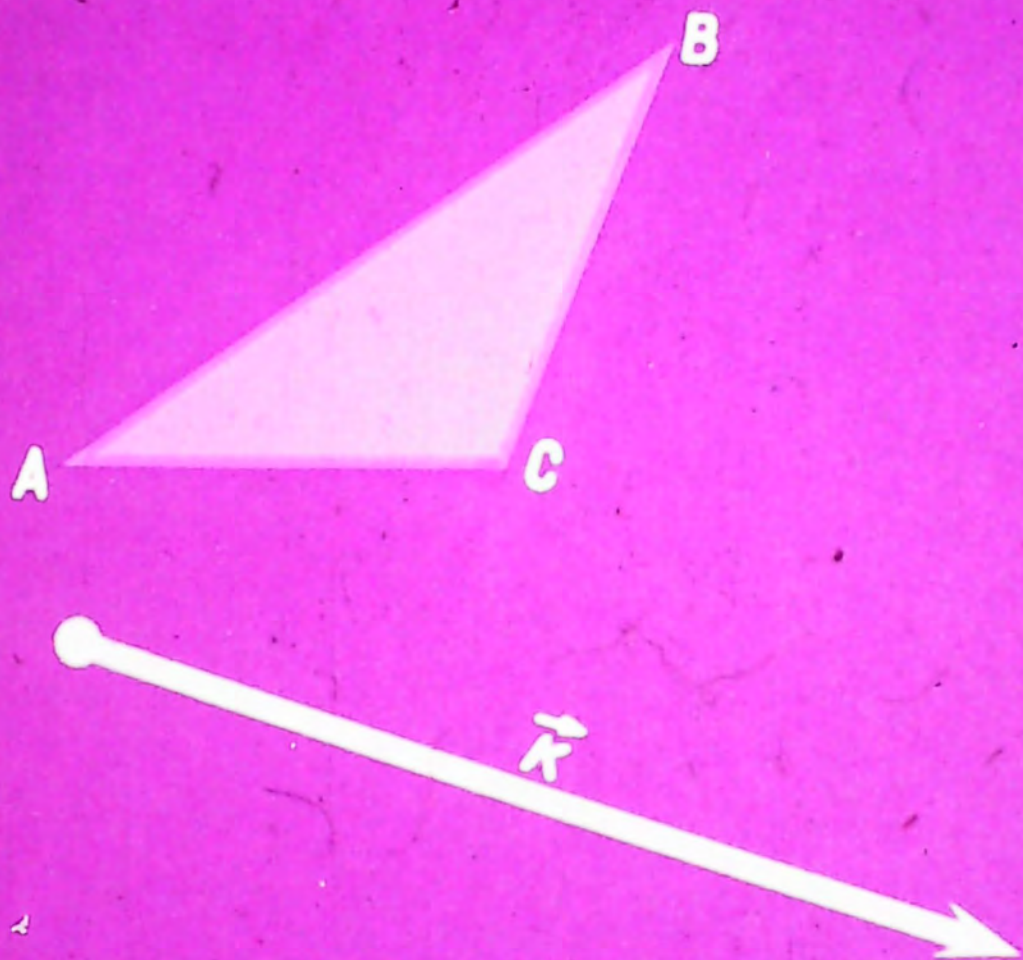


Наким преобразованием можно заменить две последовательные центральные симметрии  $O_1$  и  $O_2$ ?



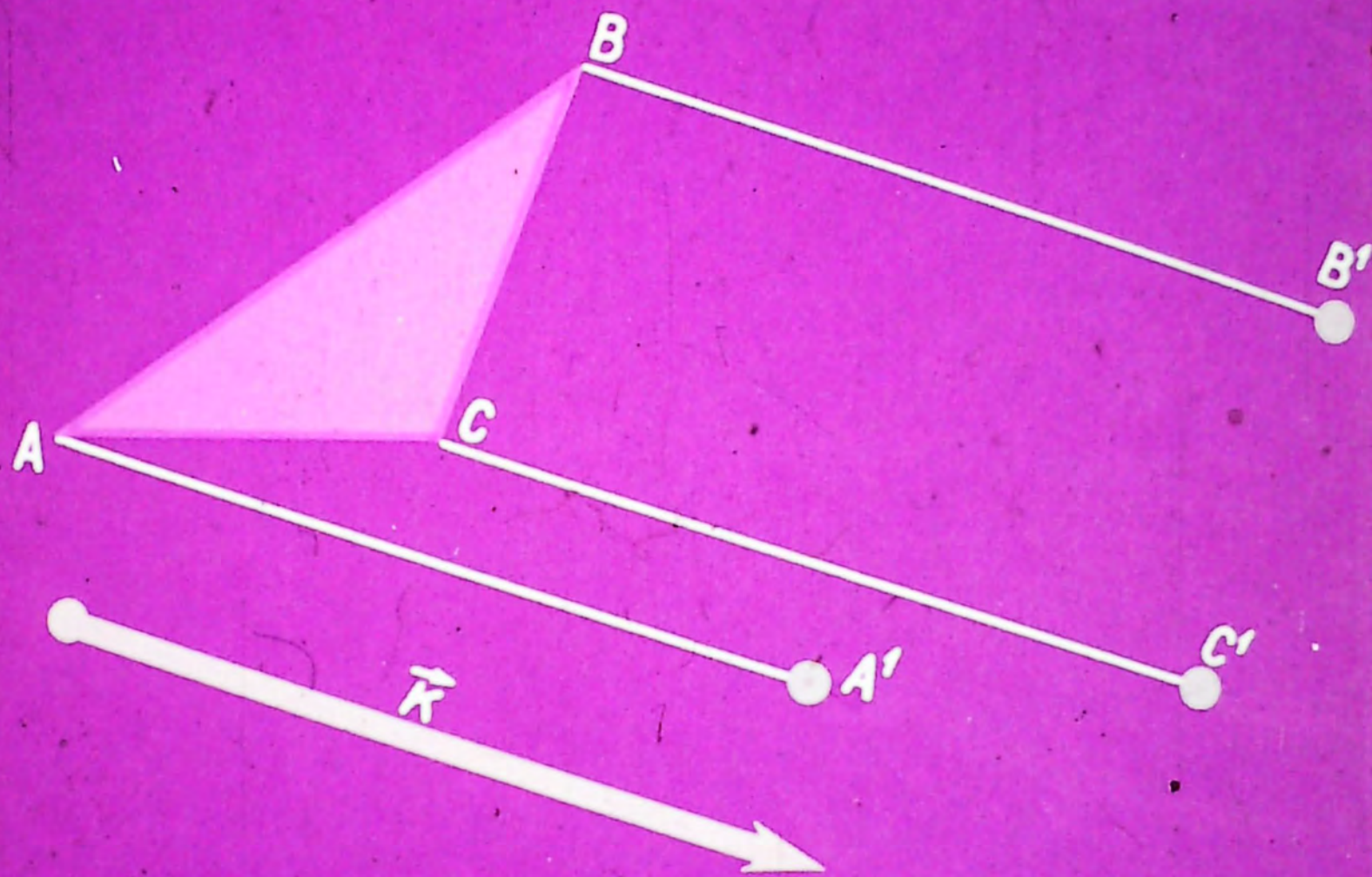
3.

Задачи

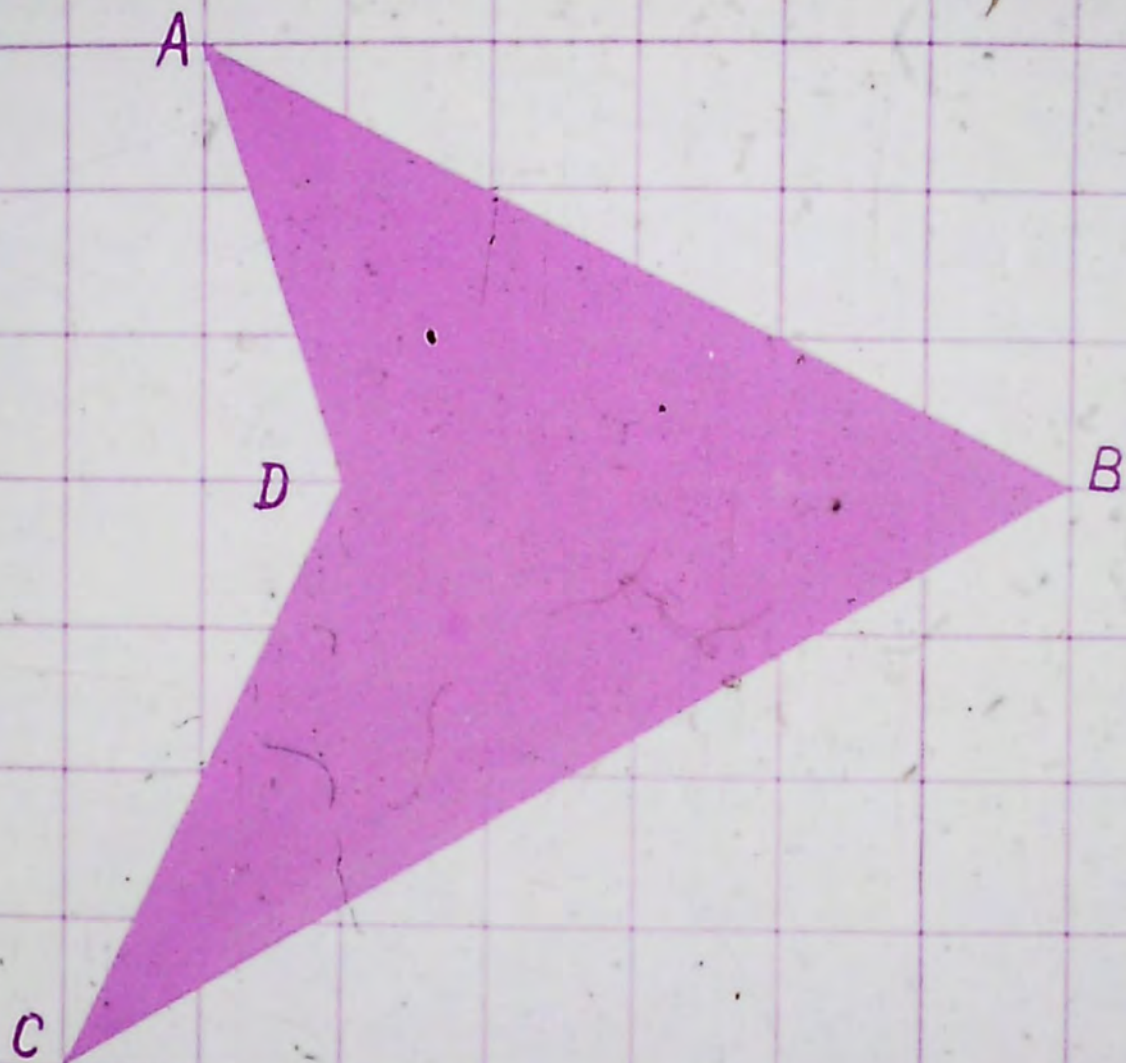


**Задача 1.** Выполнить параллельный перенос треугольника  $ABC$  на вектор  $\vec{K}$ .



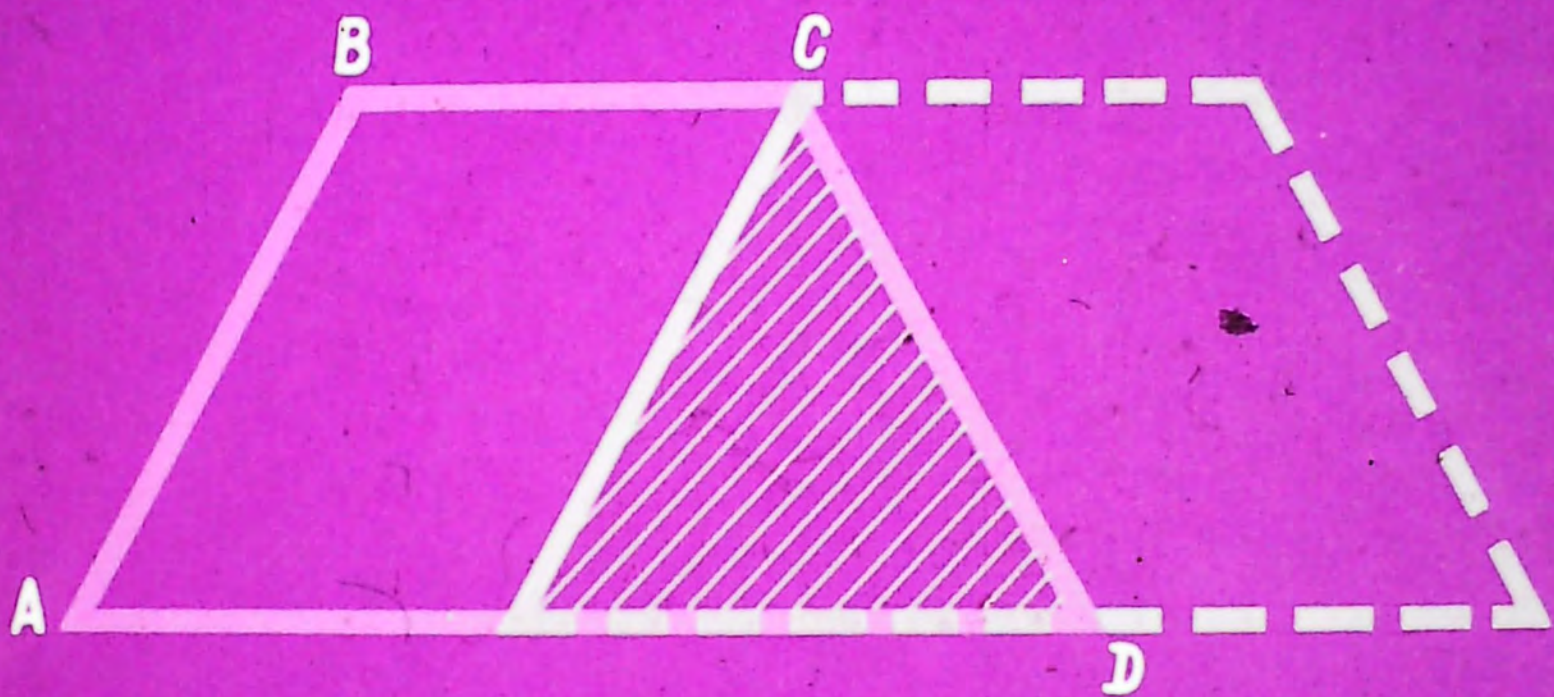


Закончите построение и объясните его.

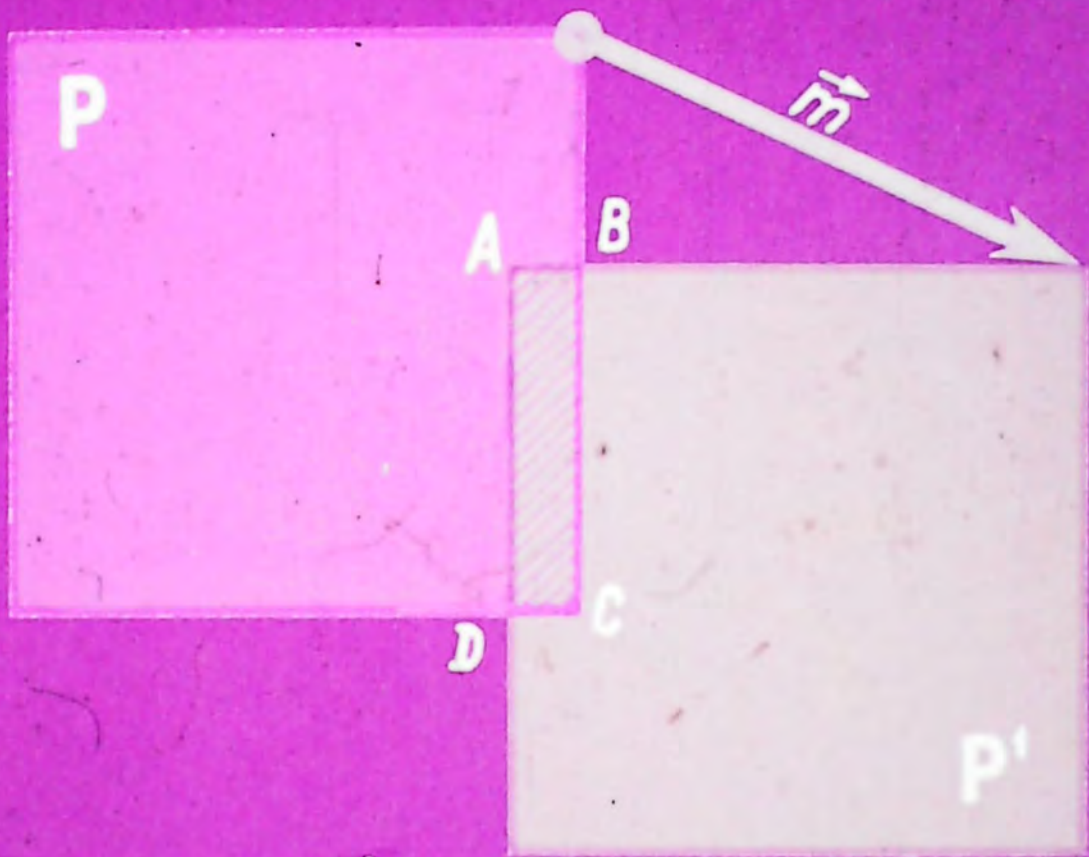


Задача 2. Выполнить параллельный перенос четырёхугольника  $ABCD$  на вектор  $\overline{AB}$ .



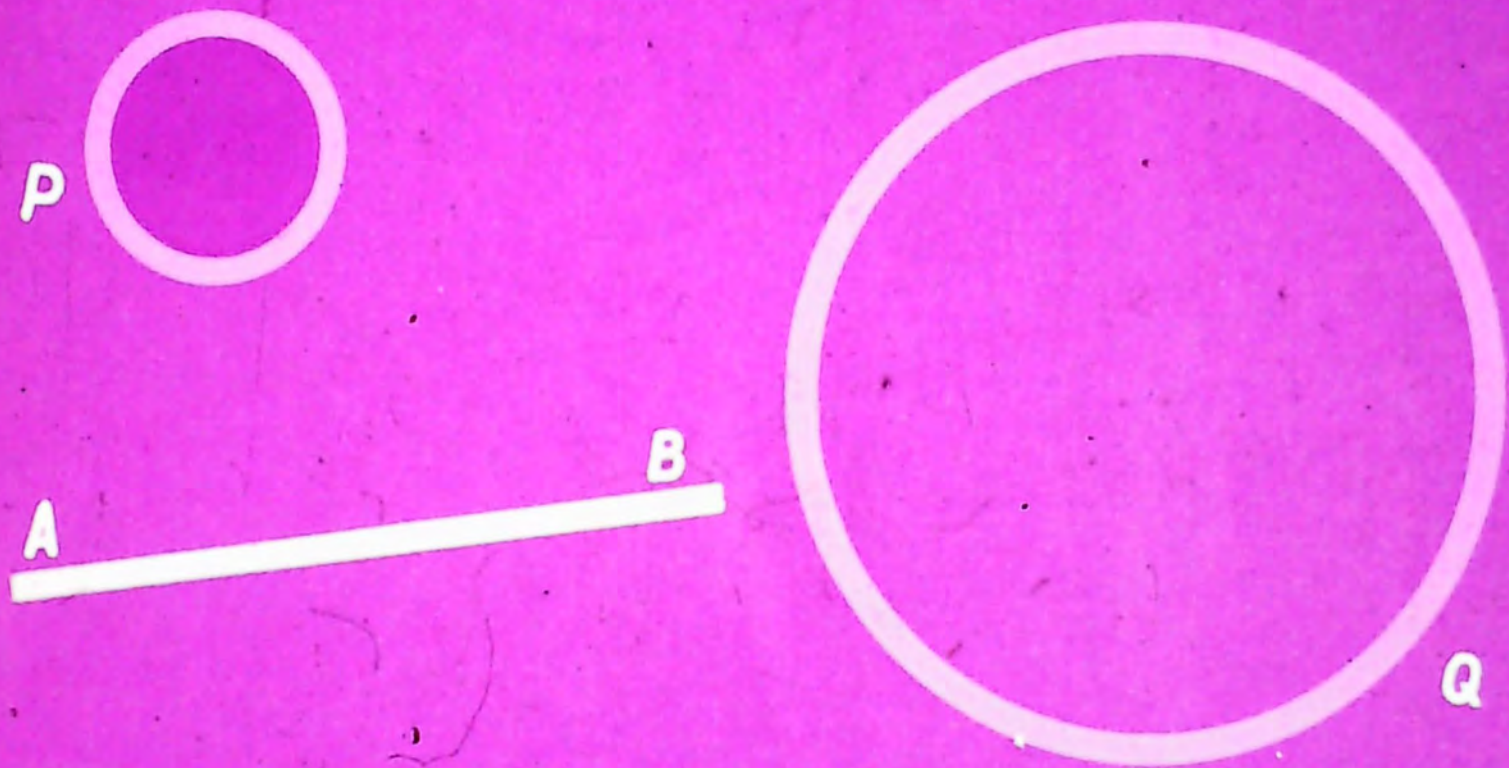


**Задача 3.** Выполнен параллельный перенос равнобедренной трапеции  $ABCD$  на вектор  $\overrightarrow{BC}$ . Докажите, что углы при основании равнобедренной трапеции равны.

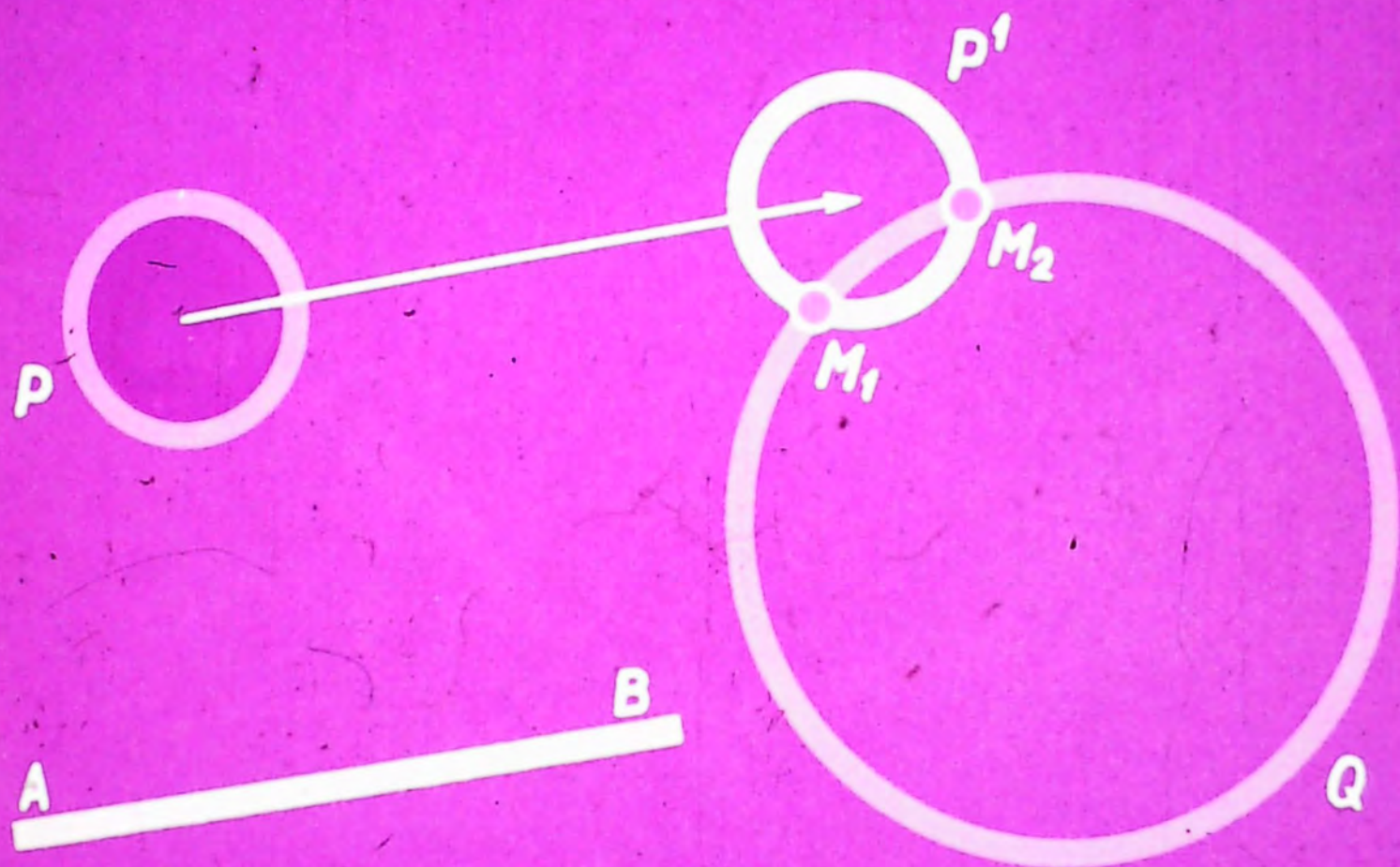


**Задача 4.** Квадрат  $P'$  получен из квадрата  $P$  параллельным переносом на вектор  $\vec{m}$ . В пересечении этих квадратов образовался прямоугольник  $ABCD$ . Каков должен быть вектор переноса, чтобы в пересечении получился квадрат?



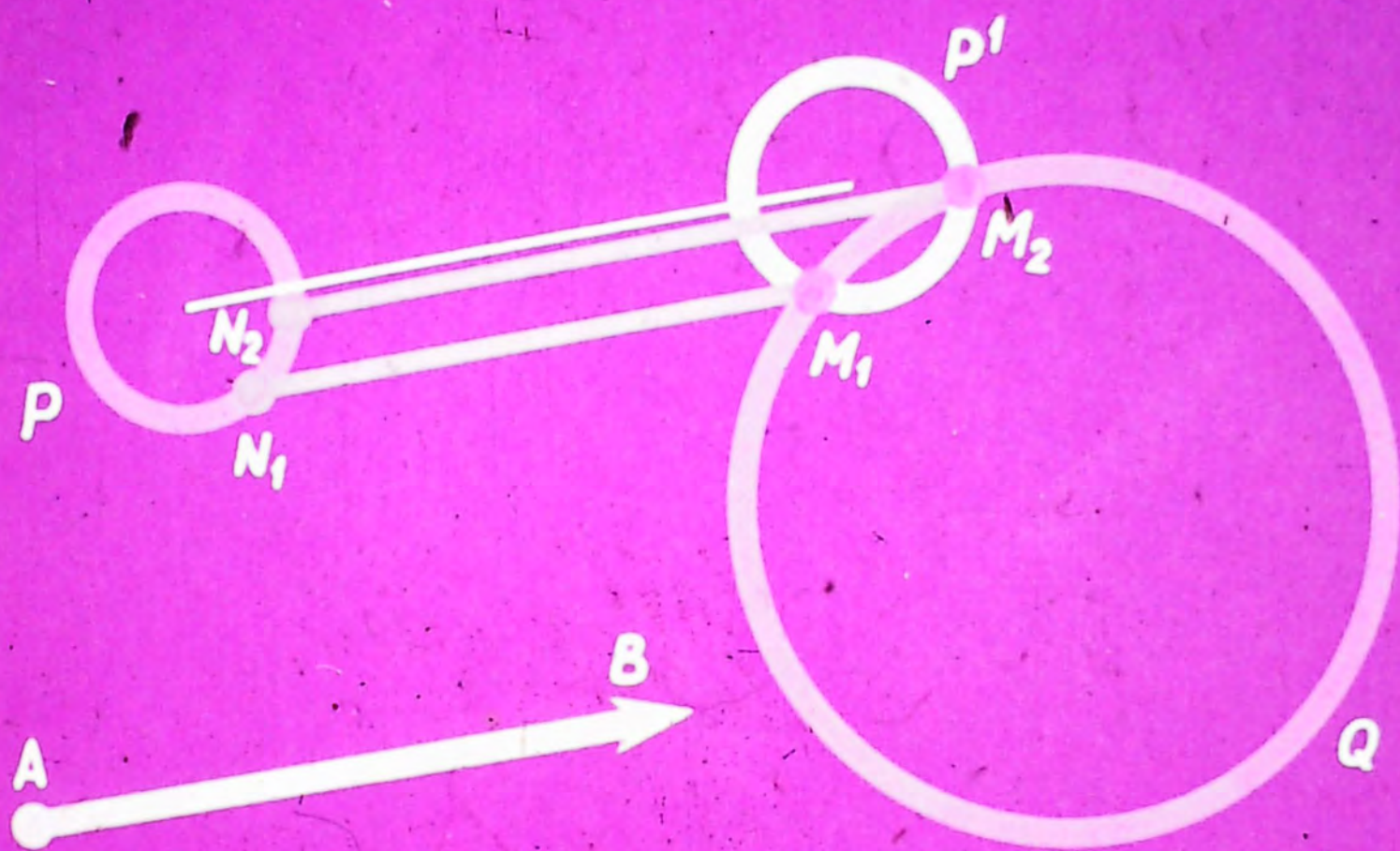


**Задача 5.** Даны две окружности  $P$  и  $Q$  и отрезок  $AB$ . Построить отрезок, параллельный и равный отрезку  $AB$ , так, чтобы его концы лежали на данных окружностях.

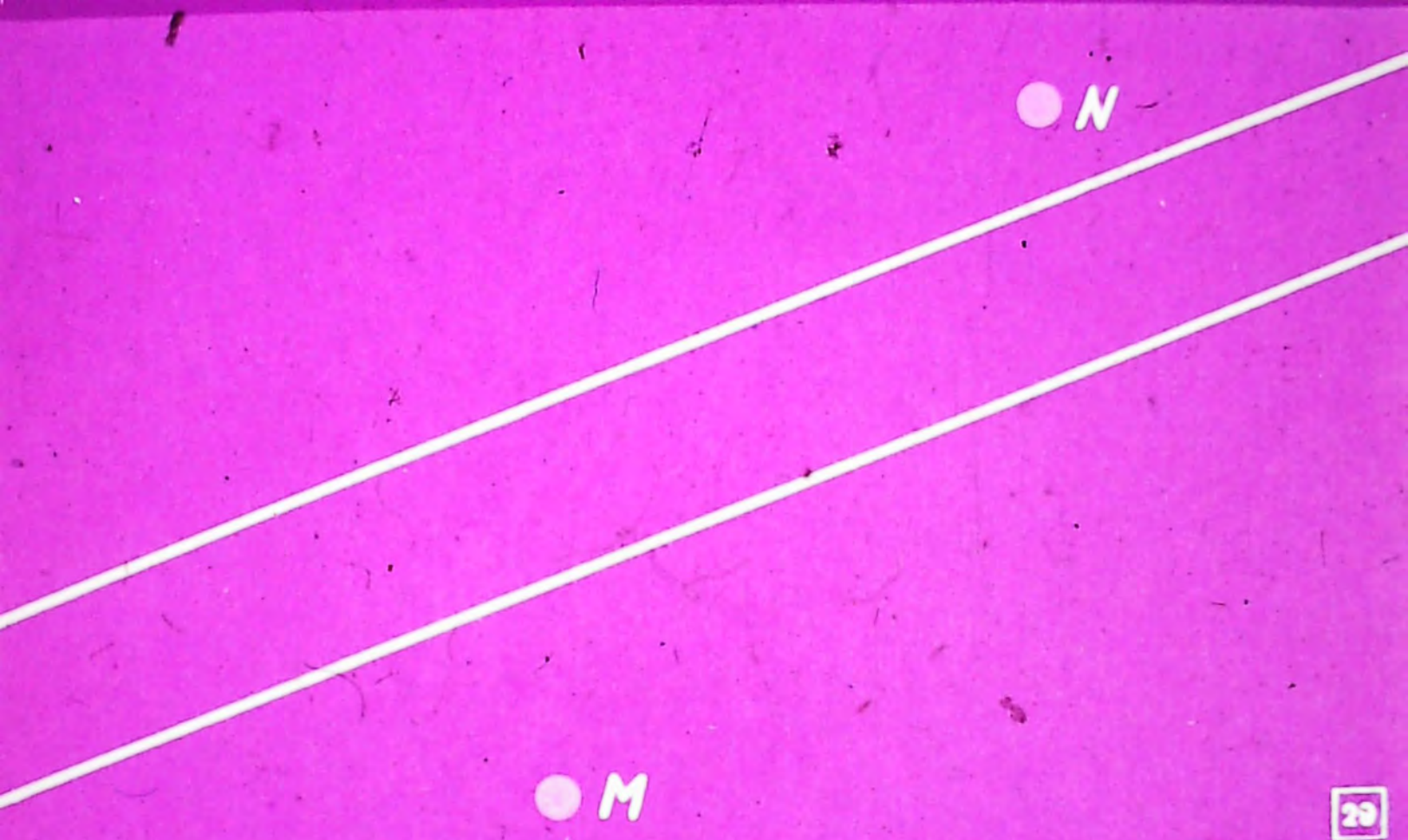


**Решение.** Произведём сдвиг окружности  $P$  на вектор  $\overrightarrow{AB}$ . Через точки пересечения  $M_1$  и  $M_2$  окружностей  $P'$  и  $Q$  проведём прямые, параллельные  $AB$ .



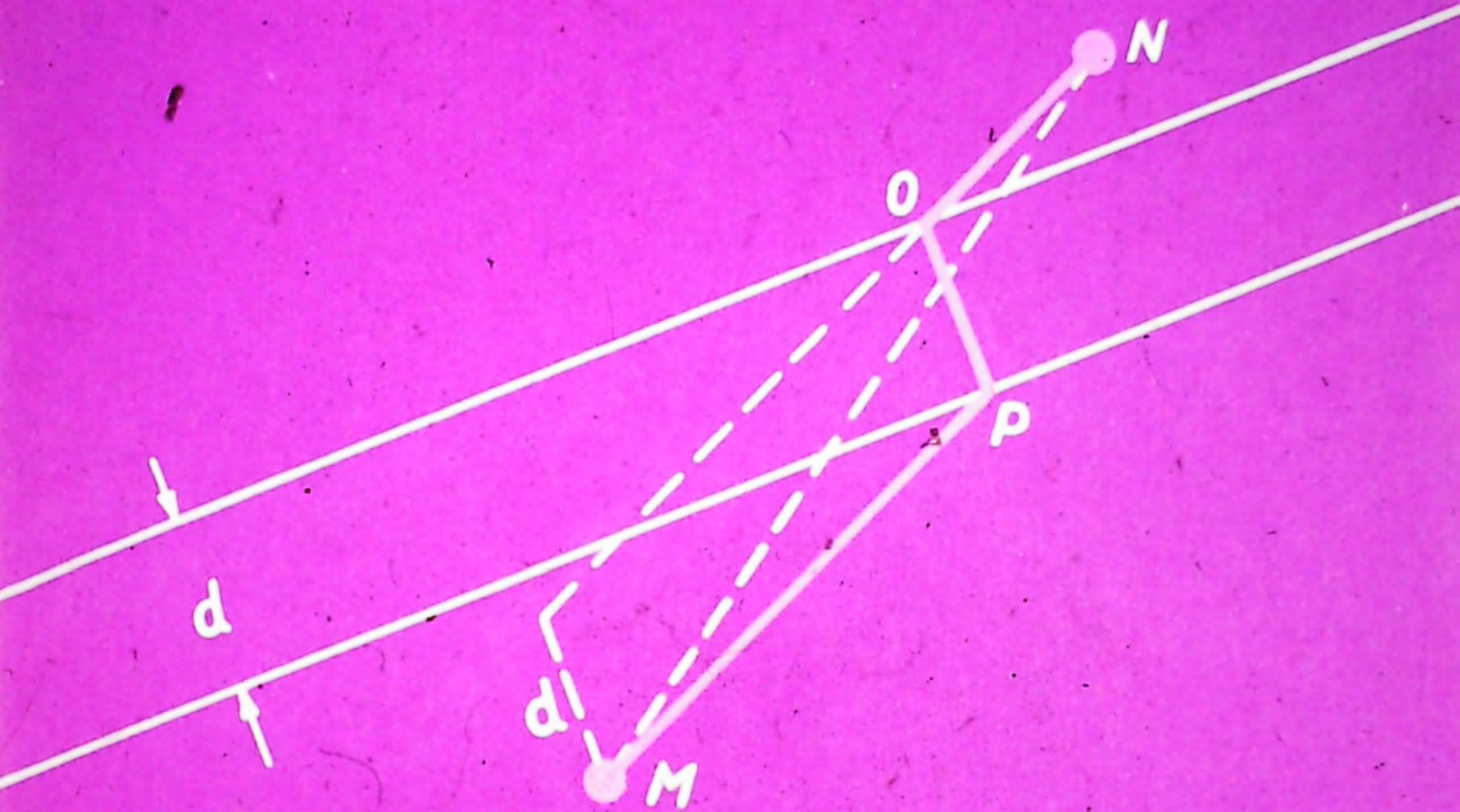


Отрезки  $M_1N_1$  и  $M_2N_2$  – искомые. Докажите это. Всегда ли эта задача имеет решение?

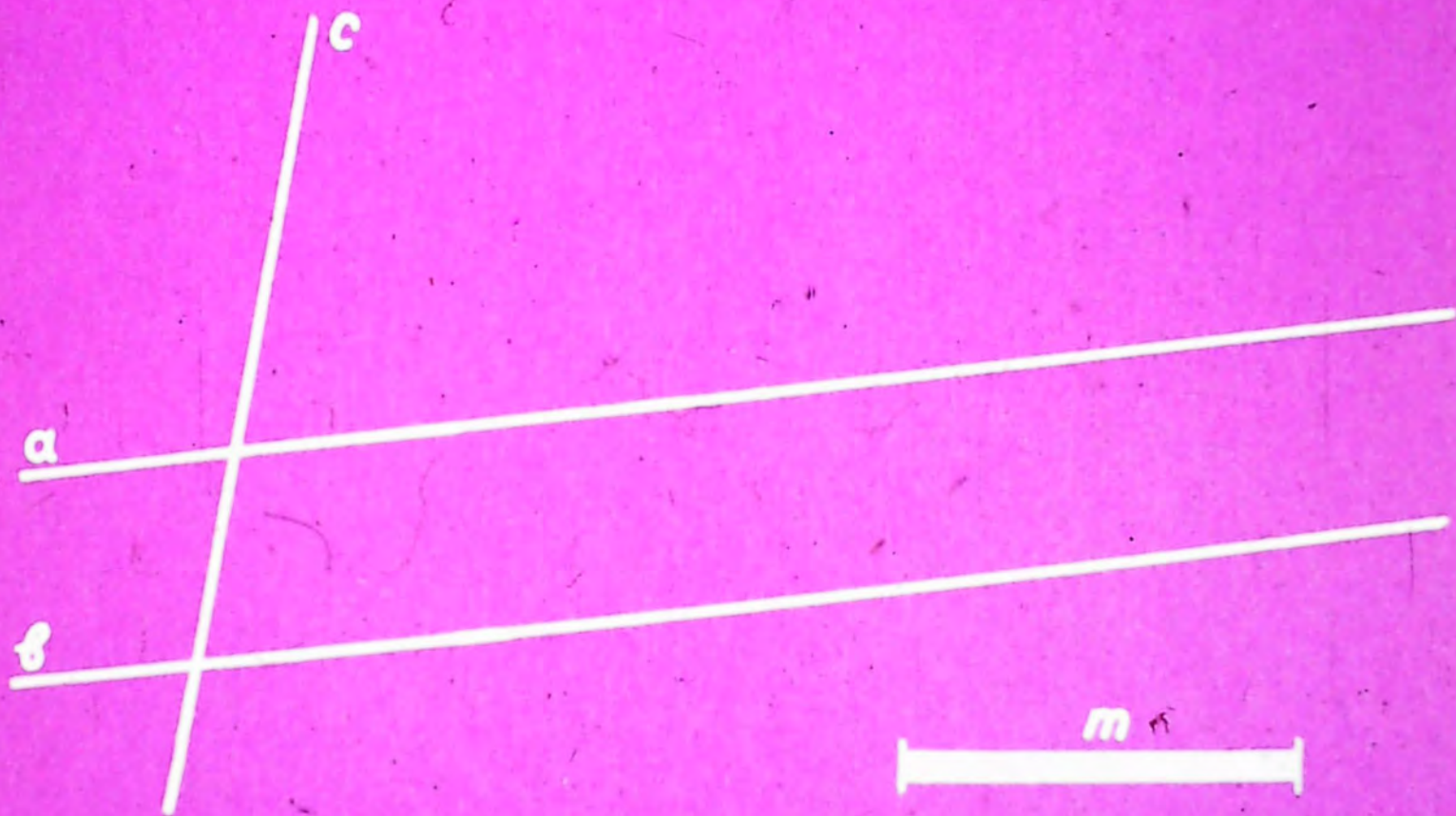


**Задача 6.** В каком месте следует построить мост через канал, чтобы дорога между населёнными пунктами  $M$  и  $N$  была кратчайшей? Направление моста должно быть перпендикулярно направлению канала.



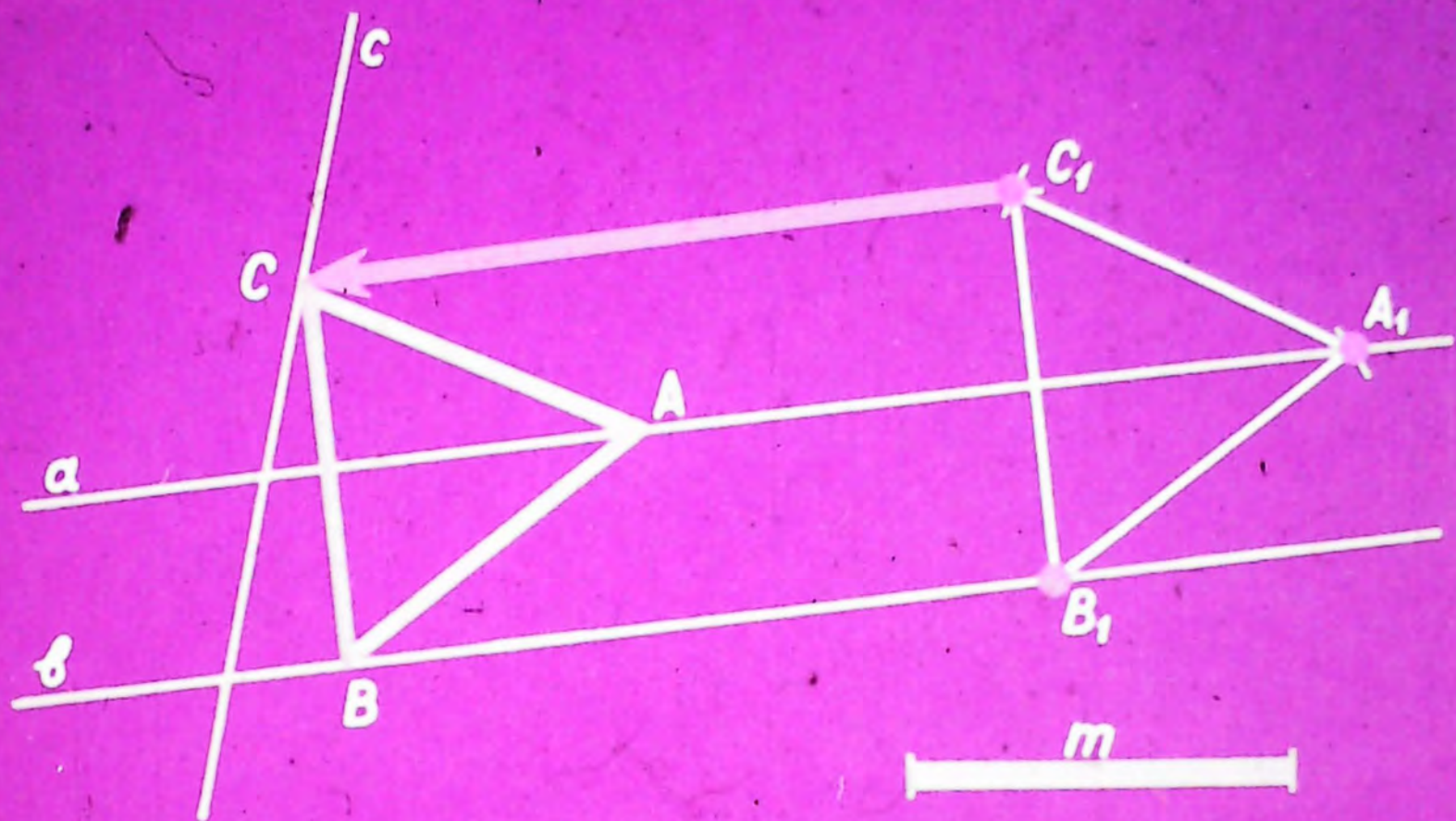


Ломаная  $MPON$  – искомый кратчайший путь. Докажите это.

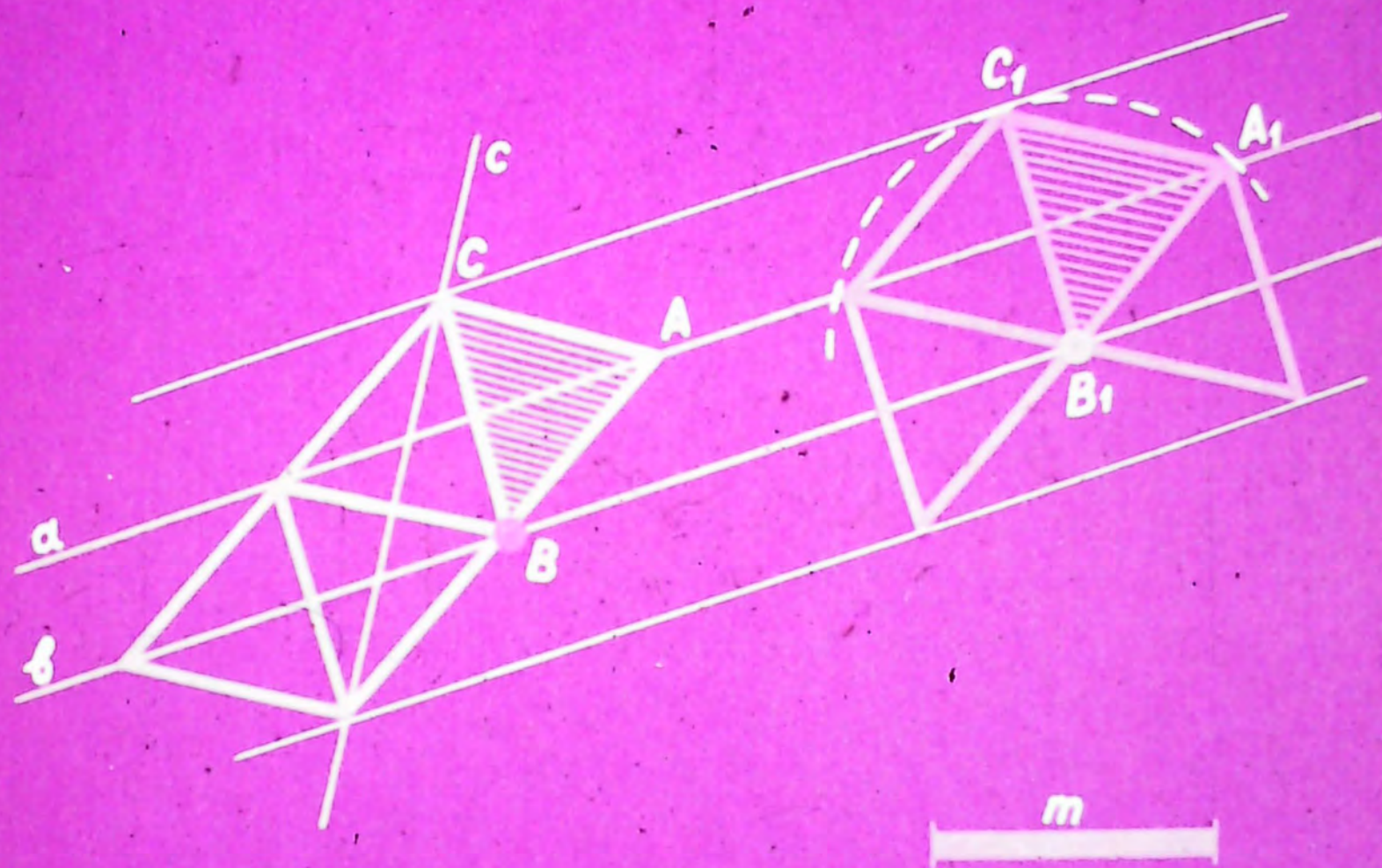


**Задача 7.** Даны две параллельные прямые  $a$  и  $b$  и секущая  $c$ . Построить равносторонний треугольник со стороной, равной данному отрезку  $m$ , — так, чтобы его вершины лежали на прямых  $a, b, c$ .





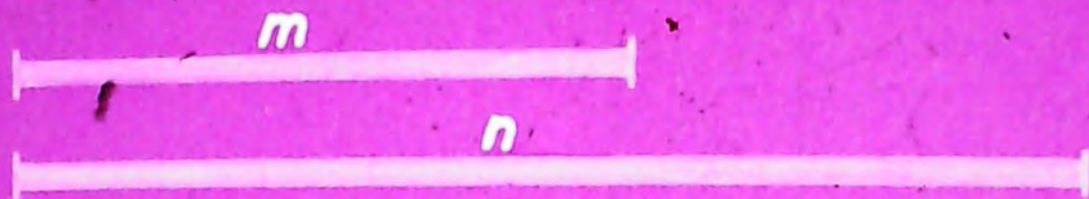
**Решение.** Чтобы построить искомый  $\triangle ABC$ , выполним сначала построение  $\triangle A_1B_1C_1$ , равного  $\triangle ABC$ , приняв за его вершину произвольную точку  $B_1$  прямой  $\beta$ . Как (на какой вектор) нужно выполнить параллельный перенос, чтобы решить задачу?



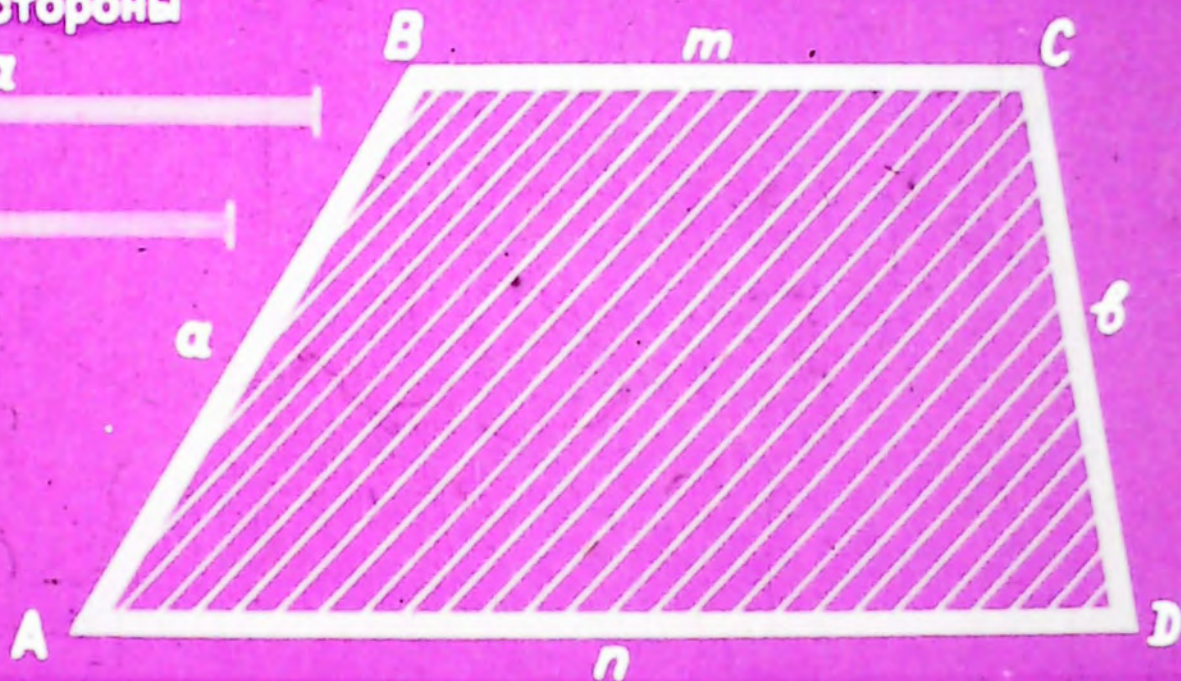
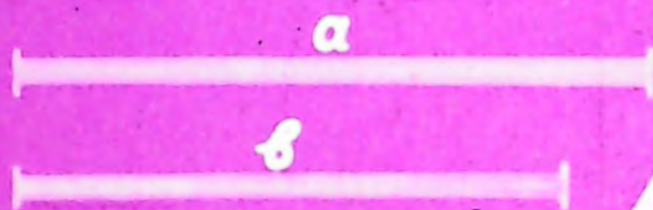
Сколько решений имеет эта задача?



Основания

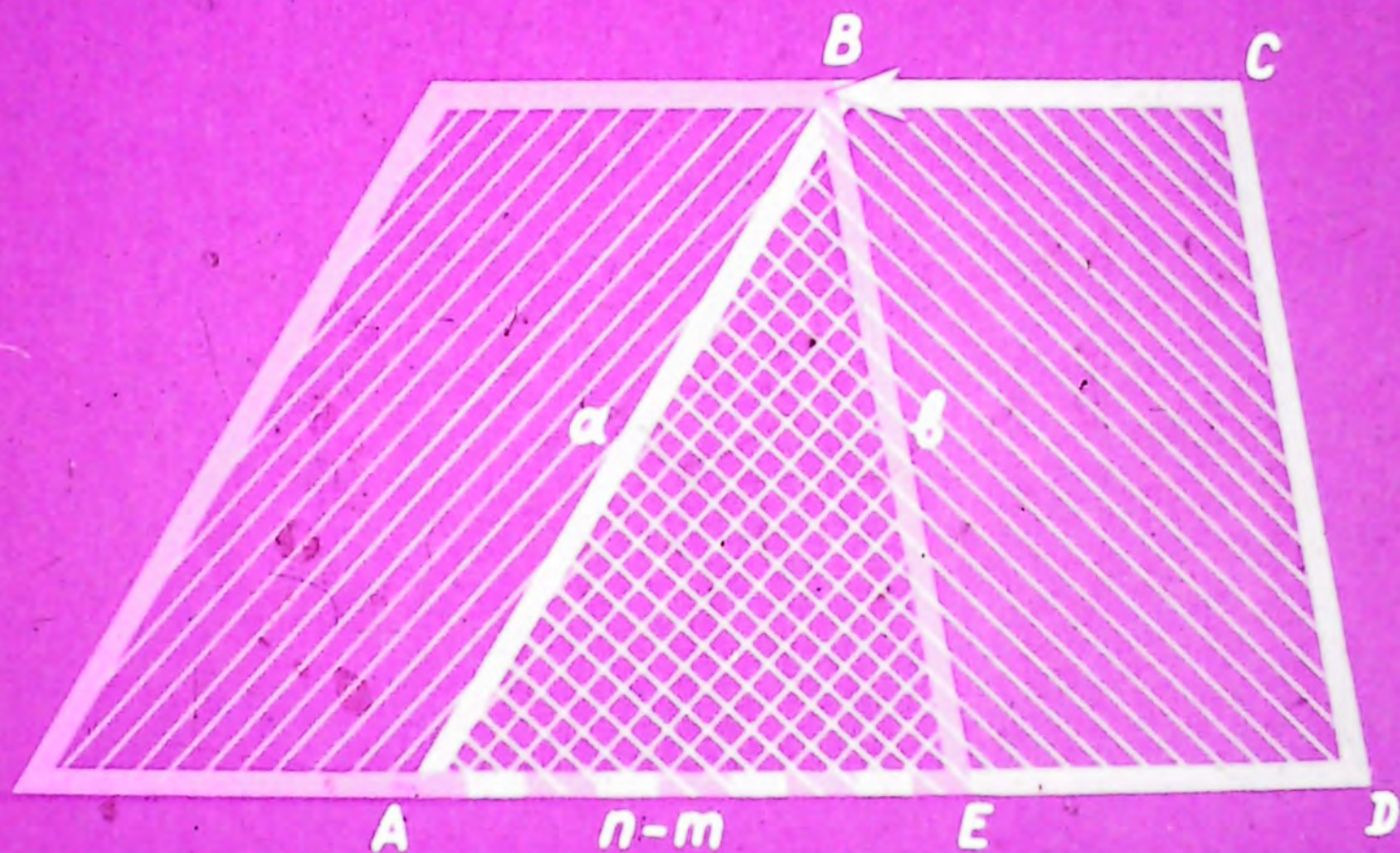


Боковые стороны



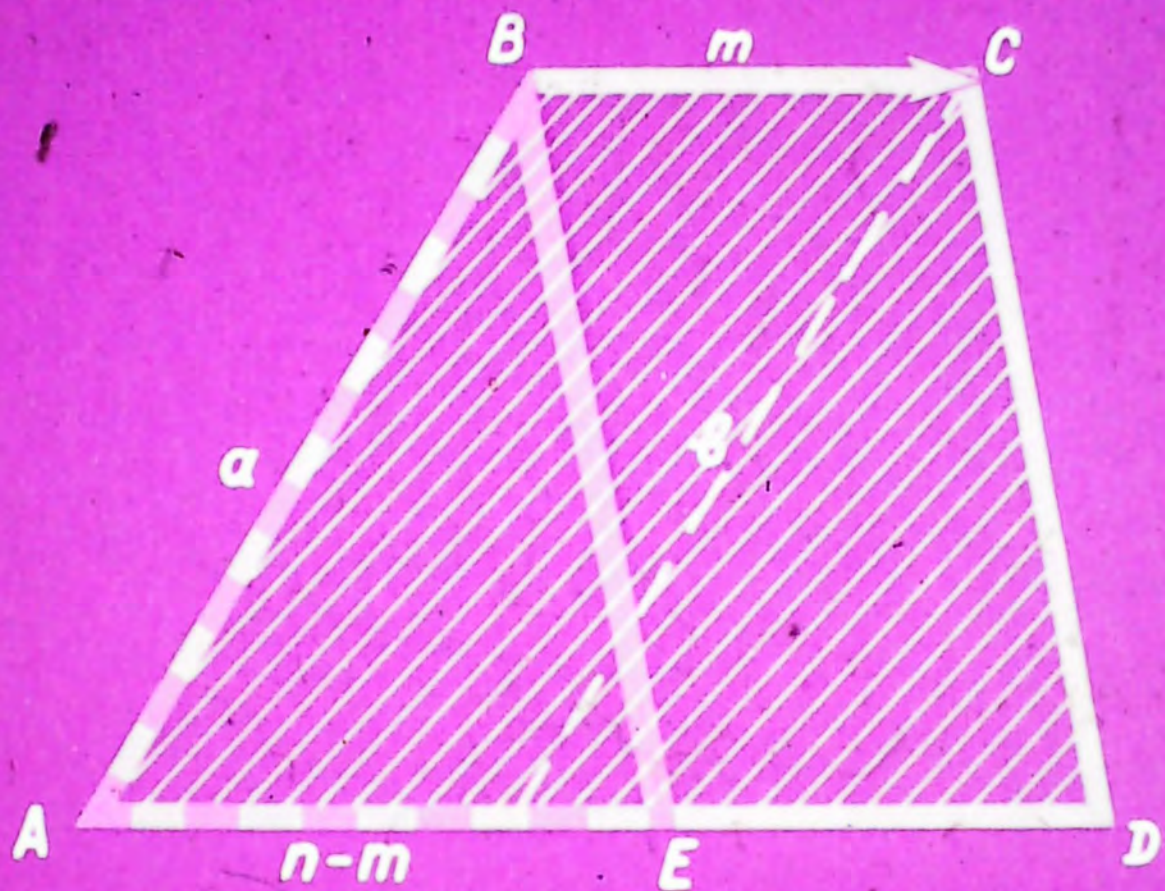
**Задача 8.** Построить трапецию по данным четырём сторонам.





**Анализ.** Выполним параллельный перенос на вектор  $\vec{CB}$ . В пересечении получится  $\triangle ABE$ .





Произведём построение.

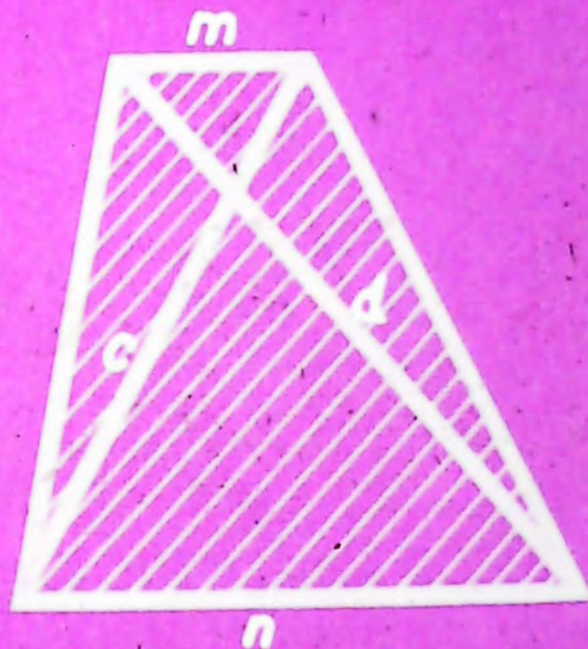
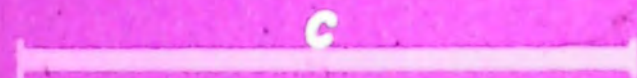
а). Строим  $\triangle ABE$  по трём сторонам:  $a, b, n-m$ . б). Сдвигаем его на вектор  $\overrightarrow{BC}$ . Докажете, что четырёхугольник  $ABCD$  – искомая трапеция.



Основания

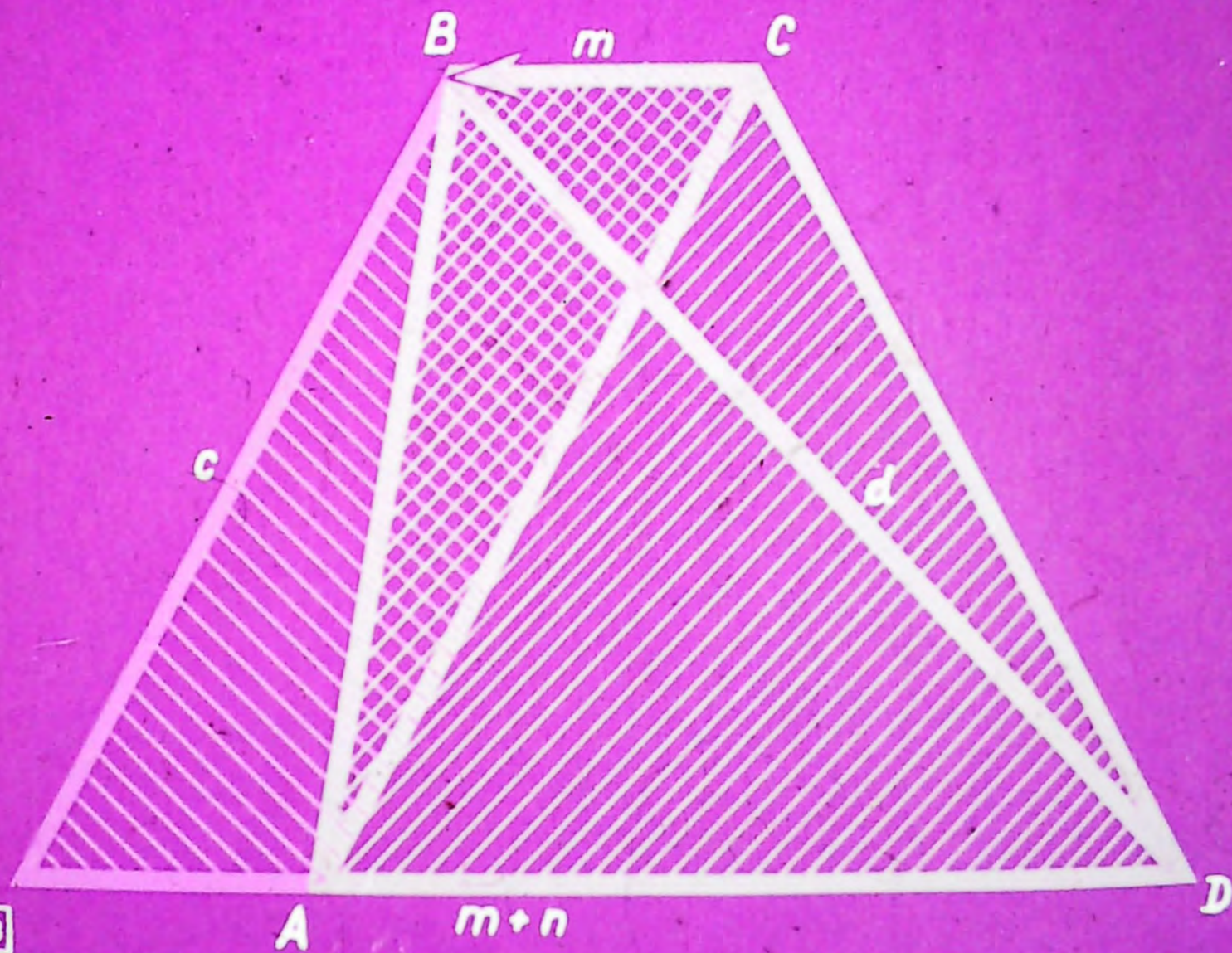


Диагонали

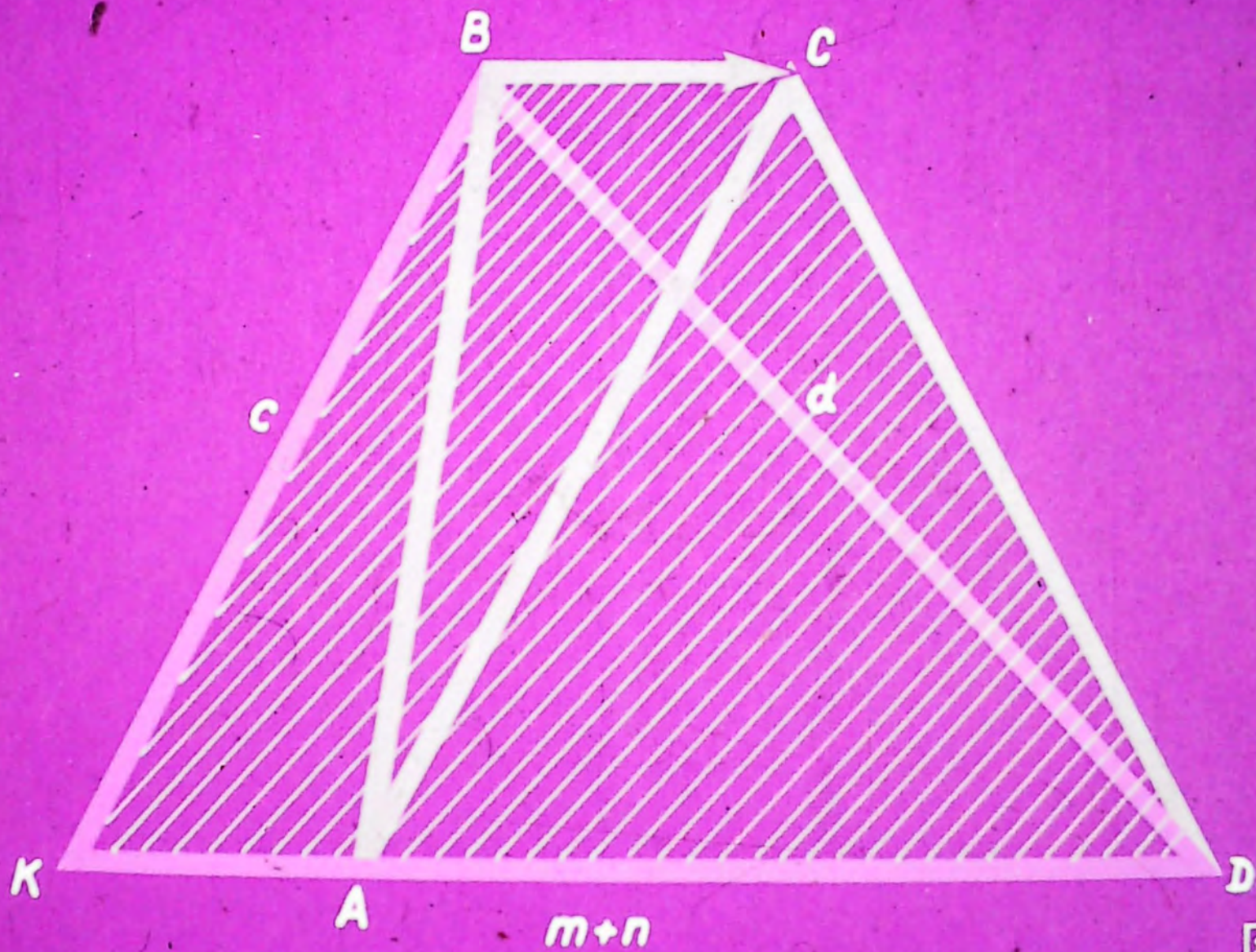


**Задача 9.** Постройте трапецию по двум диагоналям и двум основаниям. Объясните решение задачи. При каких условиях задача не имеет решения?











# КОНЕЦ

Авторы Ю. Н. Макарычев, А. М. Пышкало

Редактор Л. Б. Книжникова

Чертежи Г. Г. Рожновского

Художник-оформитель Г. Г. Рожновский

Д-64-66

Студия „Диафильм“, 1966 г.

Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7

Цветной 0-30