

I 1978

1

3

2

ТУ 19-32-73

0

2

ДИА  ИЛЬМ

07-3-150

ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ

Диафильм по математике для 5 класса

ФРАГМЕНТ I

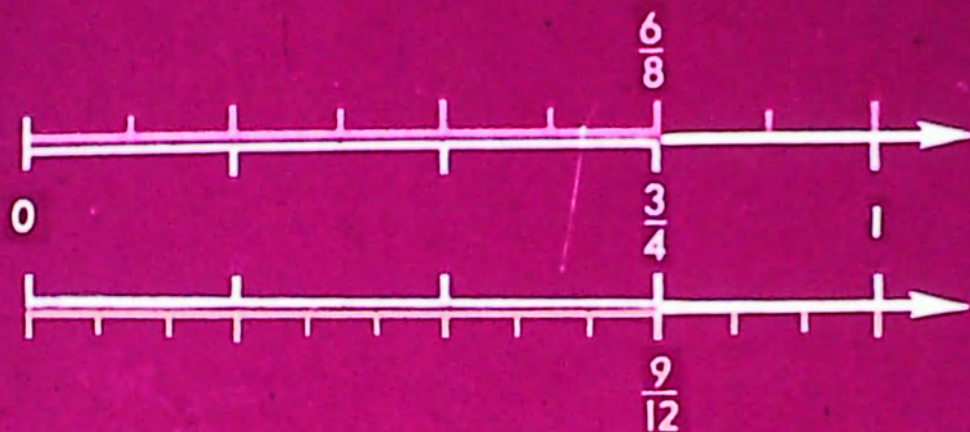
Основное свойство дроби

Рациональные числа

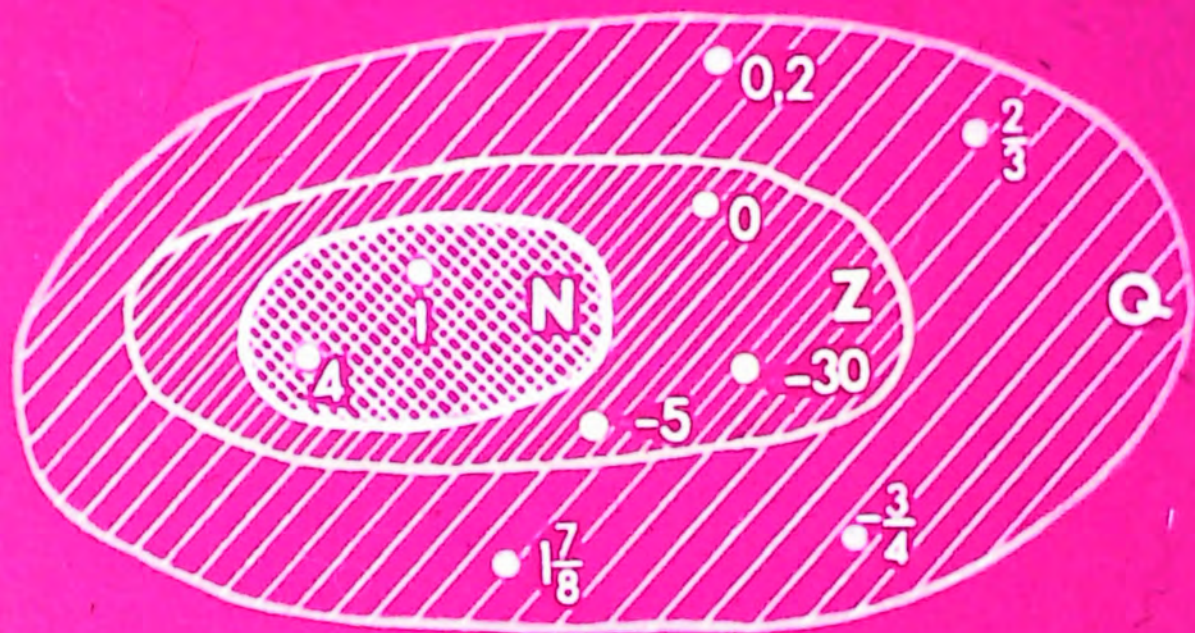
Сокращение дробей

Приведение дроби к новому знаменателю

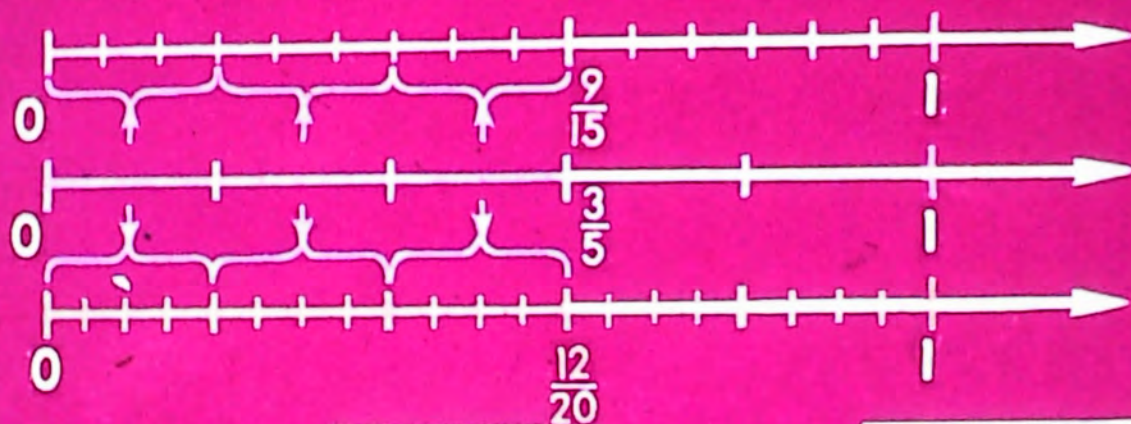
Сравнение дробей



С помощью круга и координатного луча объясните основное свойство дроби: „Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь“.



Числа, которые можно записать в виде дробей, называют рациональными. Объясните, почему указанные числа принадлежат множеству рациональных чисел Q . Верны ли высказывания: $N \subset Q$; $N \subset Z$; $Z \subset Q$?

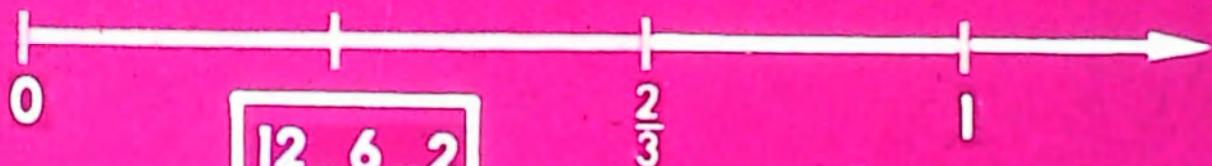
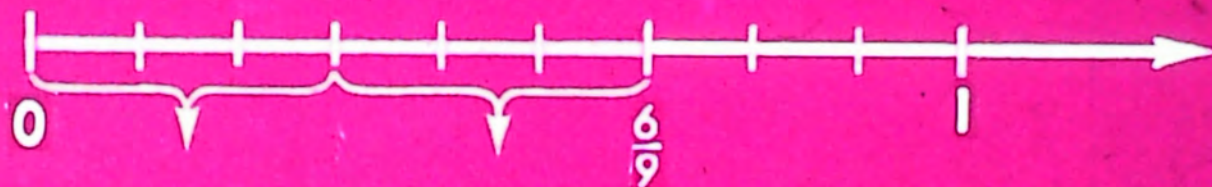


$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$$

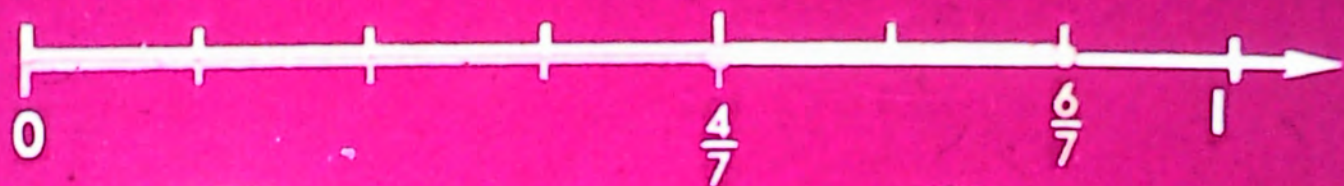


Умножая числитель и знаменатель на одно и то же натуральное число, можно любую дробь привести к новому знаменателю, кратному знаменателю данной дроби.



$$\boxed{\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}}$$

Деление числителя и знаменателя на их общий делитель, отличный от единицы, называется *сокращением дроби*. Если числитель и знаменатель не имеют общих делителей кроме единицы, то дробь нельзя сократить. Такая дробь называется *несократимой*.



$$\frac{6}{7} > \frac{4}{7}$$

$$\frac{4}{7} < \frac{6}{7}$$



Легко сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями: та из дробей больше, у которой больше числитель, и та из дробей меньше, у которой числитель меньше.

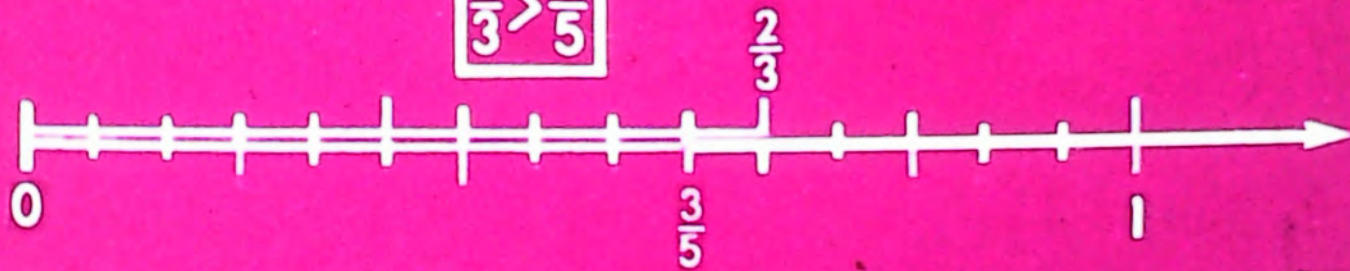


$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}$$

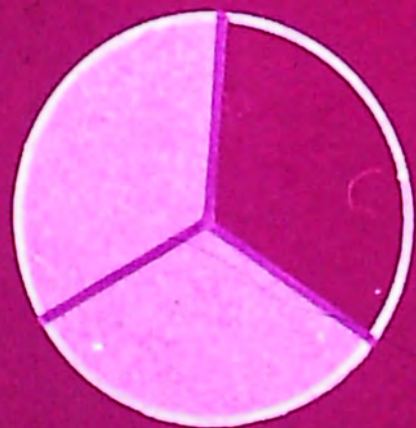


$$\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3}$$

$$\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$$



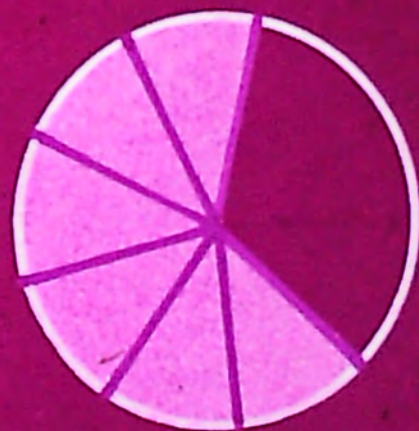
Объясните, к какому знаменателю приведены дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{5}$.
Сравните полученные дроби. Сформулируйте правило
сравнения дробей с разными знаменателями.



$$\frac{5}{9}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

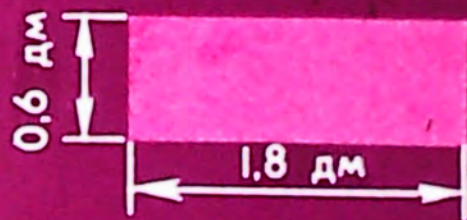
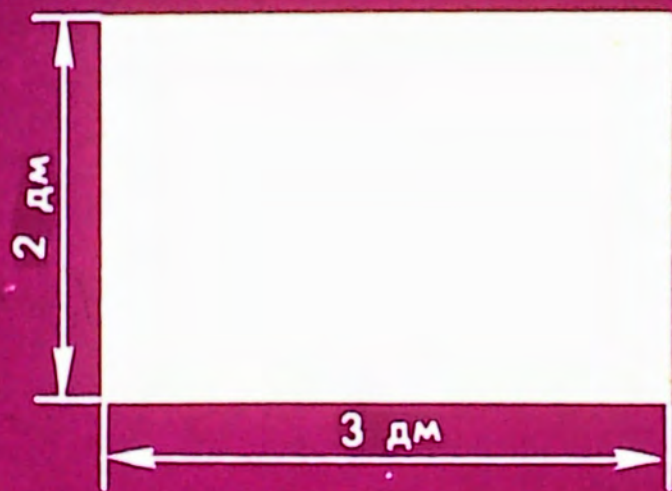
$$\frac{5}{9} < \frac{6}{9}$$



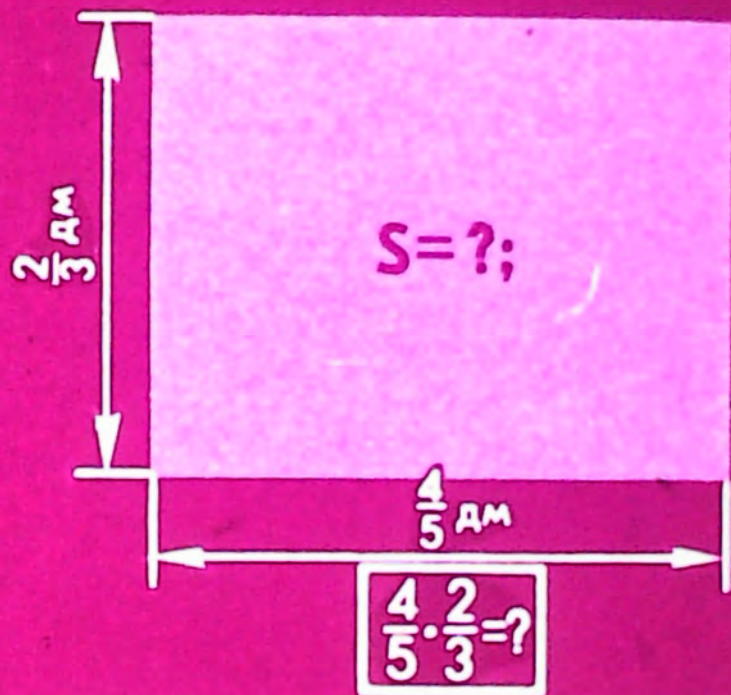
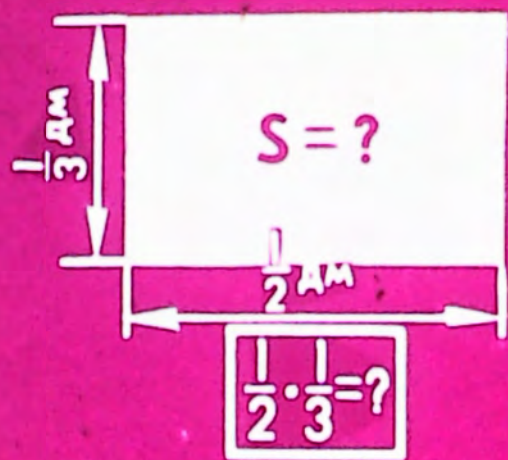
Дробь $\frac{5}{9}$ имеет знаменатель, кратный знаменателю дроби $\frac{2}{3}$. Как в этом случае проще сравнить дроби?

ФРАГМЕНТ II

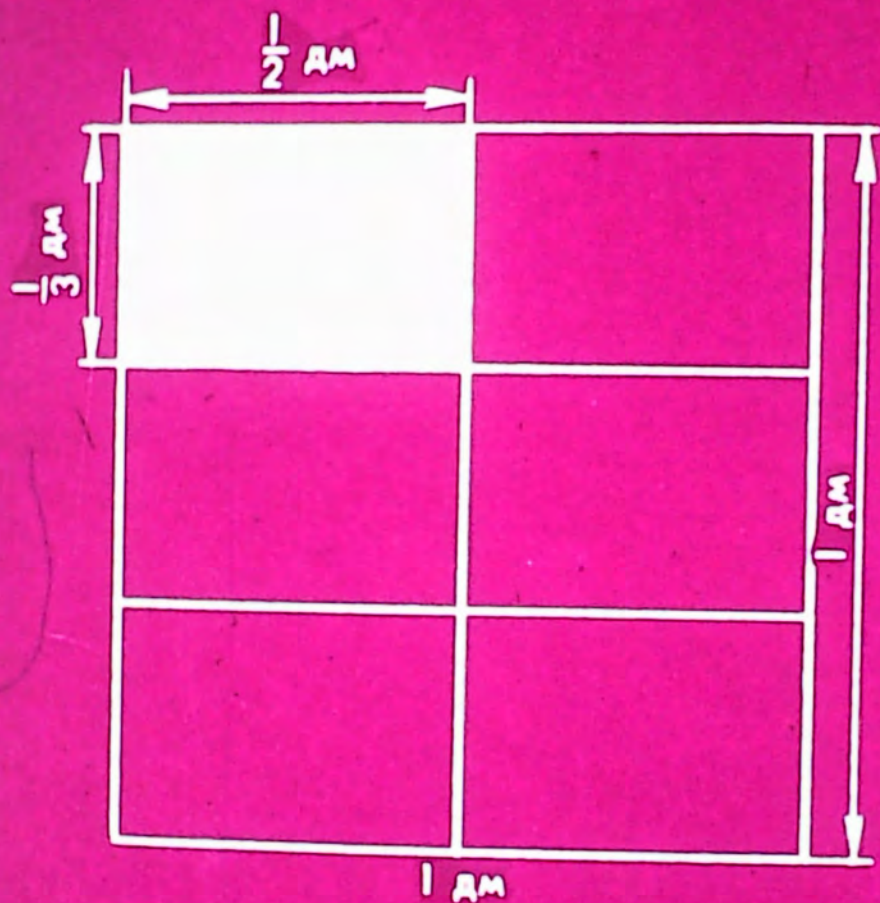
Умножение дробей



Задача: Найдите площадь прямоугольника, если: а) длина 3 дм, ширина 2 дм; б) длина 1,8 дм, ширина 0,6 дм.

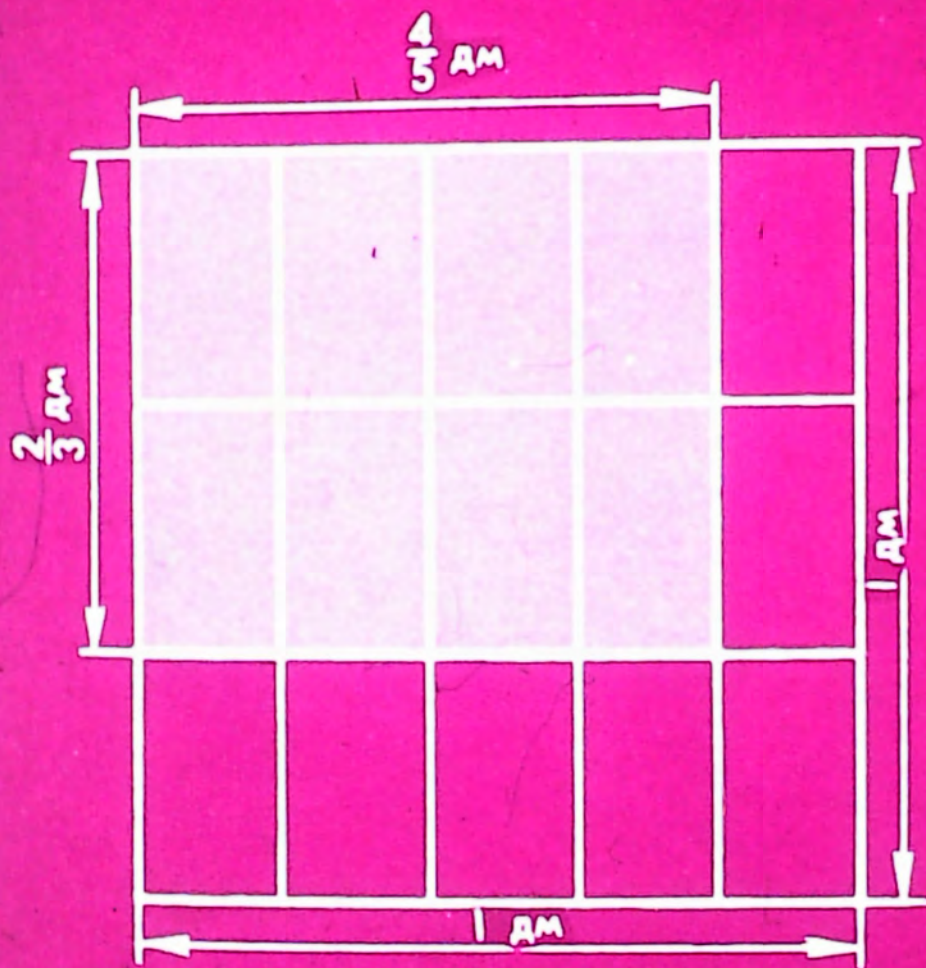


Рассмотрим ещё две задачи. Найдите площадь прямоугольника, если: а) длина $\frac{1}{2}$ дм, ширина $\frac{1}{3}$ дм; б) длина $\frac{4}{5}$ дм, ширина $\frac{2}{3}$ дм. Эти задачи по содержанию совпадают с предыдущими. И в этом случае считают площадью прямоугольников произведения $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ и $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$. Как же найти их значение?



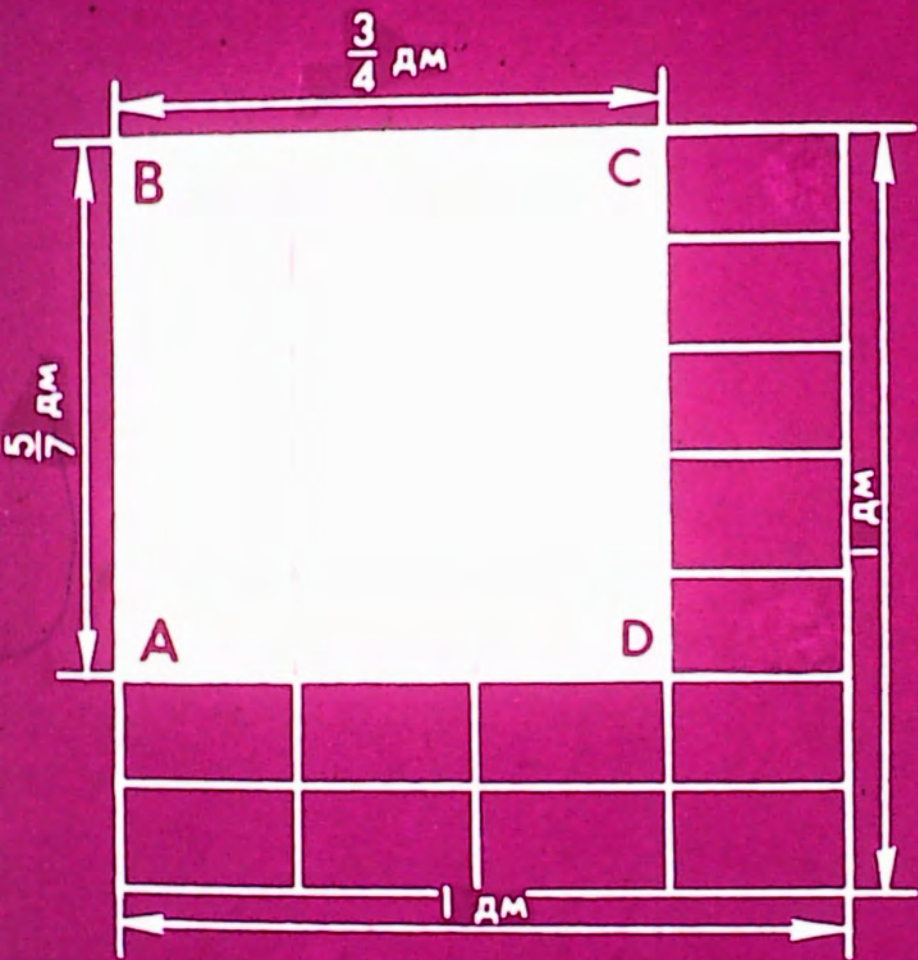
$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} (\text{дм}^2)$$

В первой задаче одна сторона квадратного дециметра разделена на 2 одинаковые части, а вторая — на 3 одинаковые части. Поэтому в квадратном дециметре содержится 6 данных прямоугольников. Значит, площадь искомого прямоугольника равна $\frac{1}{6}$ дм².



$$S = \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \text{ (дм}^2\text{)}$$

Из рисунка видно, что площадь прямоугольника, данного во второй задаче, составляет $\frac{8}{15}$ квадратного дециметра.



С помощью рисунка найдите площадь прямоугольника ABCD.

$$1) \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}; \quad 2) \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{15}; \quad 3) \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{28};$$

$$4) 3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5};$$

$$5) 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}.$$

Рассматривая примеры 1, 2 и 3, сформулируйте правило умножения дробей. Как умножить натуральное число на дробь (пример 4)? Разбирая пример 5, расскажите, как перемножить числа, содержащие целую и дробную части.



1 кг—3 руб.



3 кг—?



1 кг—1,7 руб.



0,4 кг—?



1 кг— $\frac{14}{25}$ руб.



$\frac{1}{2}$ кг—?

С помощью умножения обыкновенных дробей решают такие же задачи, как с помощью умножения натуральных чисел и десятичных дробей. Сформулируйте и решите предложенные задачи.



$S=?$

$V=70 \text{ км/ч, } t=3 \text{ ч}$



$S=?$

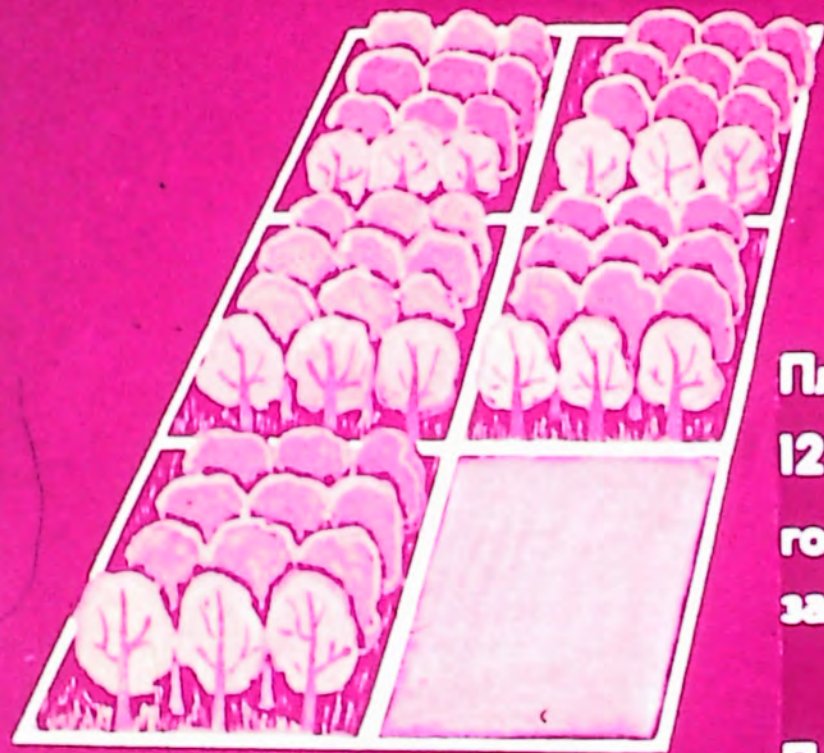
$V=12,5 \text{ км/ч, } t=0,4 \text{ ч}$



$S=?$

$V=4\frac{1}{2} \text{ км/ч, } t=\frac{2}{3} \text{ ч}$

Найдите расстояние, которое прошли: а) автомобиль; б) мотоцикл; в) пешеход.



Задача:

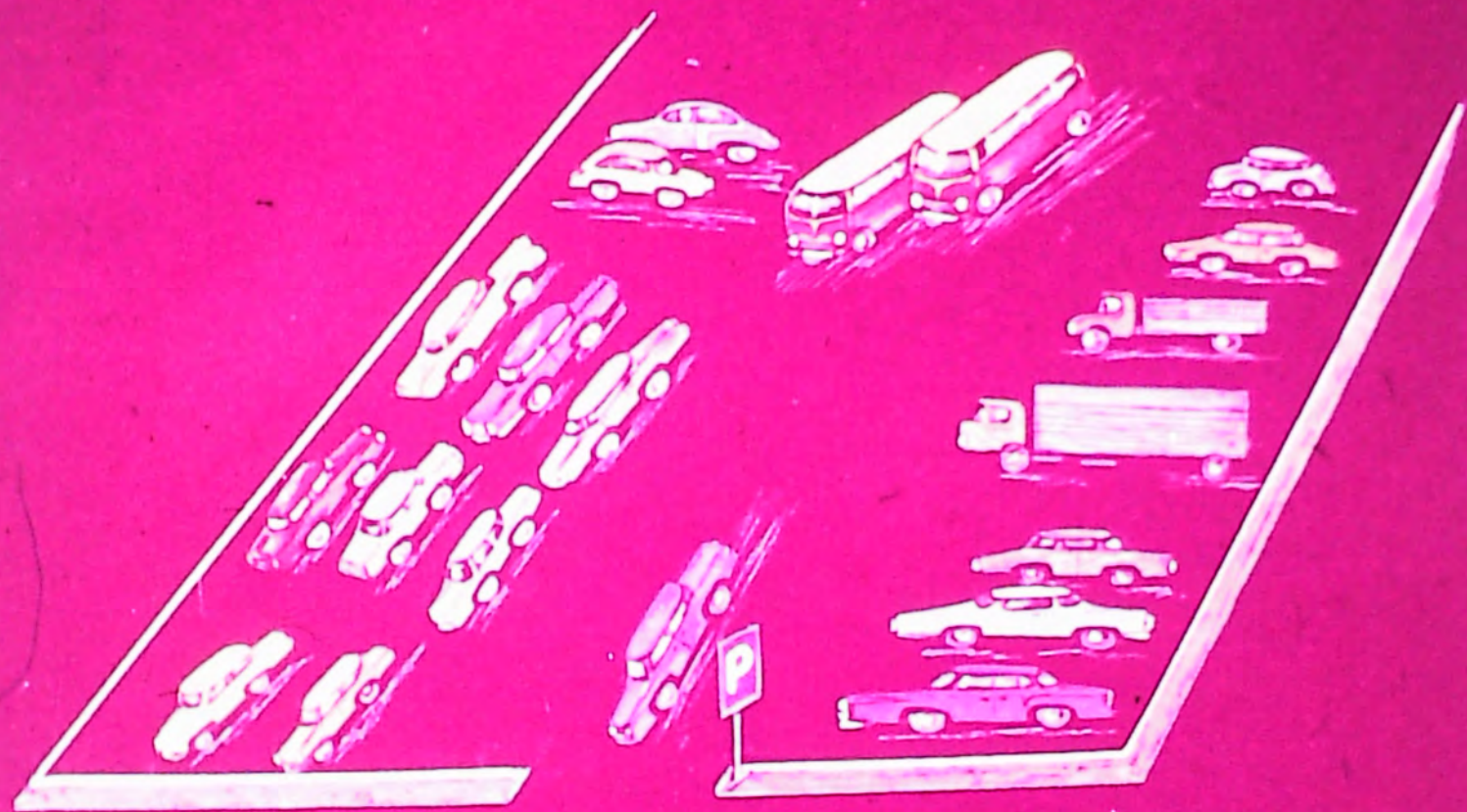
Площадь земельного участка 12 га. Сад занимает $\frac{5}{6}$ этого участка. Сколько гектаров занимает сад?

Решение:

Площадь $\frac{1}{6}$ участка $12:6=2$ (га).

Площадь $\frac{5}{6}$ участка равна $2 \cdot 5 = 10$ (га). Тот же ответ получим, если 12 умножим на $\frac{5}{6}$.

$$12 \cdot \frac{5}{6} = 10 \text{ (га)}$$



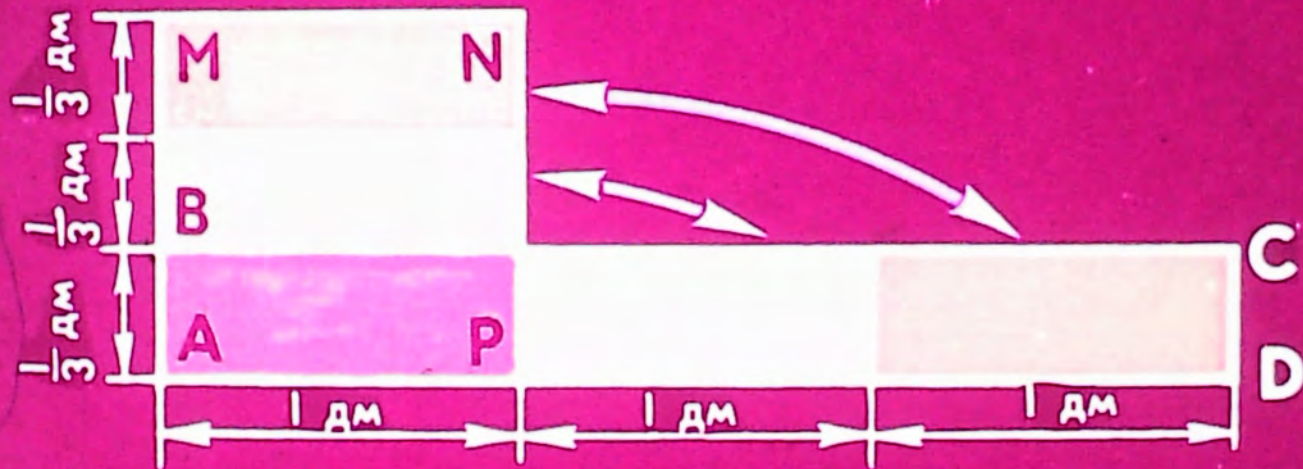
Задача: На стоянке было 20 машин, $\frac{4}{5}$ этих машин—легковые. Сколько легковых машин было на стоянке?

ФРАГМЕНТ III

Взаимно обратные числа
Деление дробей

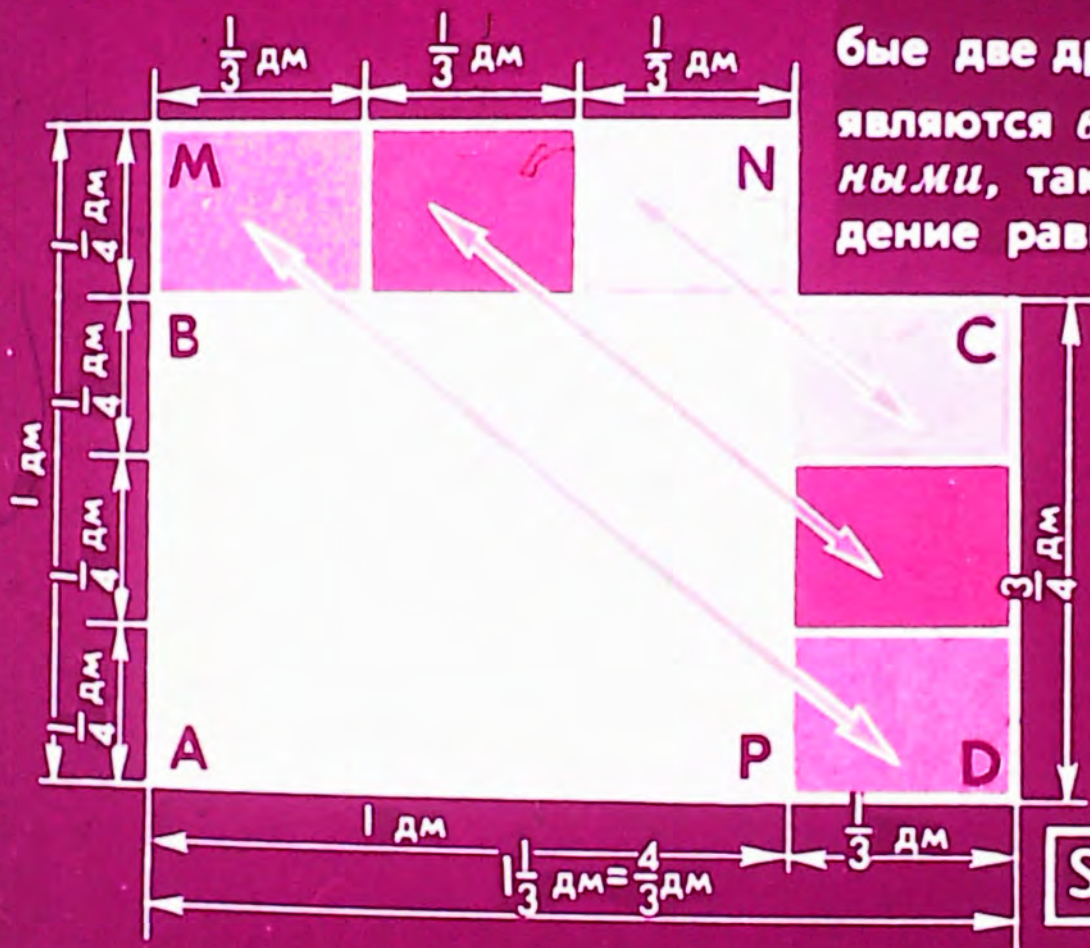
$$S_{ABCD} = S_{AMNP}$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

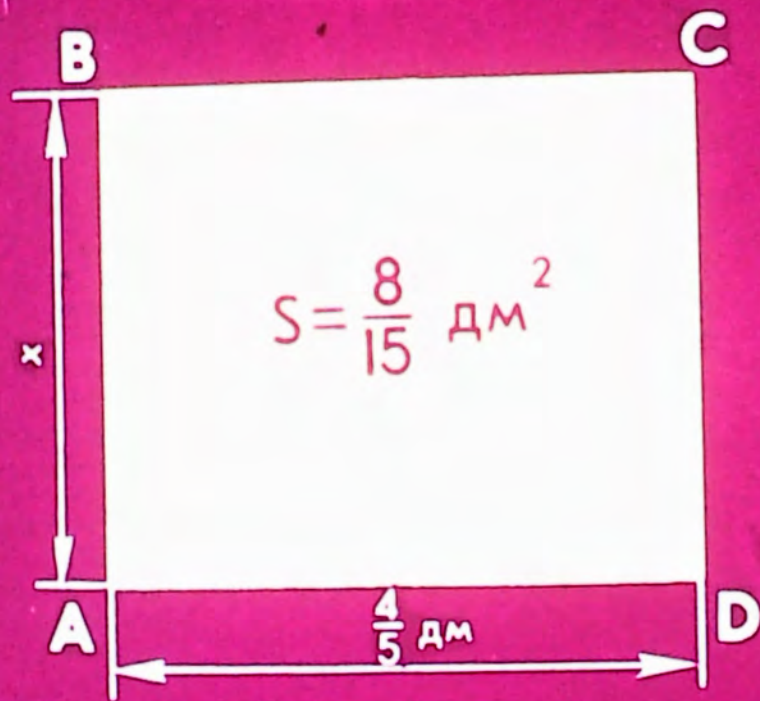


Два числа, произведение которых равно 1, называются взаимно обратными. Так, число $\frac{1}{3}$ обратно числу 3 и число 3 обратно числу $\frac{1}{3}$.

Число $\frac{3}{4}$ обратно $\frac{4}{3}$. Число $\frac{4}{3}$ обратно $\frac{3}{4}$. Вообще любые две дроби вида $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ являются взаимно обратными, так как их произведение равно 1.



$$S_{ABCD} = S_{AMNP}$$



$ABCD$ — прямоугольник, $ AD = \frac{4}{5}$ дм $S_{ABCD} = \frac{8}{15}$ дм ²
Найти $ AB $

Так как площадь прямоугольника равна произведению длины и ширины, то $x \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$. Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель, то есть $x = \frac{8}{15} : \frac{4}{5}$. Как же найти значение частного?

$$x \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15};$$

$$x = \frac{8}{15} : \frac{4}{5}.$$

$$\frac{8 \cdot 4}{15 \cdot 5} = \frac{8 \cdot 5}{15 \cdot 4}$$

$$|AB| = \frac{2}{3} \text{ дм}$$

$$(x \cdot \frac{4}{5}) \cdot \frac{5}{4} = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4};$$

$$x \cdot (\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{4}) = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4};$$

$$x = \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{4}.$$

Решим это же уравнение по-другому. Умножим обе его части на число $\frac{5}{4}$, обратное числу $\frac{4}{5}$. Значит, чтобы разделить одно число на другое, надо делимое умножить на число, обратное делителю. Отсюда $|AB| = \frac{2}{3}$ дм.



$1\frac{3}{4}$ кг — $1\frac{2}{5}$ руб.



1 кг — ?



$V = 13\frac{1}{3}$ км/ч

$S = 4\frac{1}{2}$ км

$t = ?$

Деление дробей используют для решения задач. Сформулируйте и решите эти задачи.

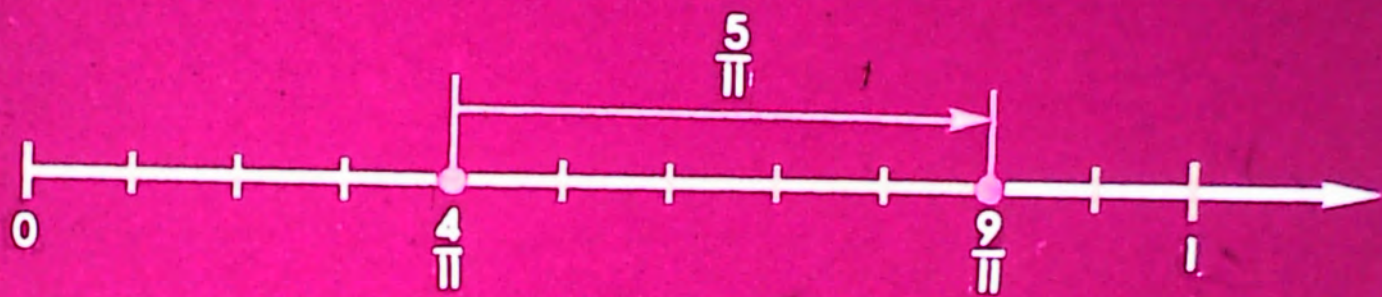


Задача: На лугу паслись гуси. $\frac{3}{7}$ этих гусей были белыми. Сколько всего гусей паслось на лугу, если белых гусей было 6?

Решение: Пусть всего гусей было x , тогда $x \cdot \frac{3}{7} = 6$; $x = 6 : \frac{3}{7}$; $x = 6 \cdot \frac{7}{3}$; $x = 14$. Ответ: 14 гусей.

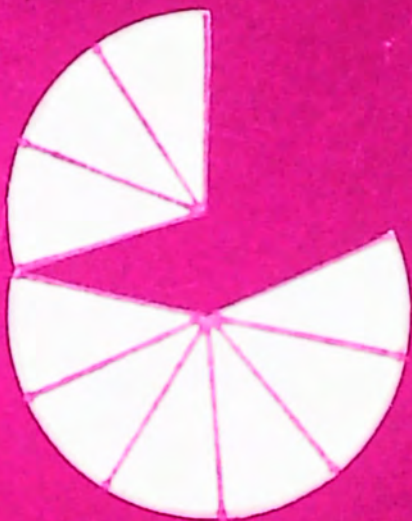
ФРАГМЕНТ IV

Сложение и вычитание дробей

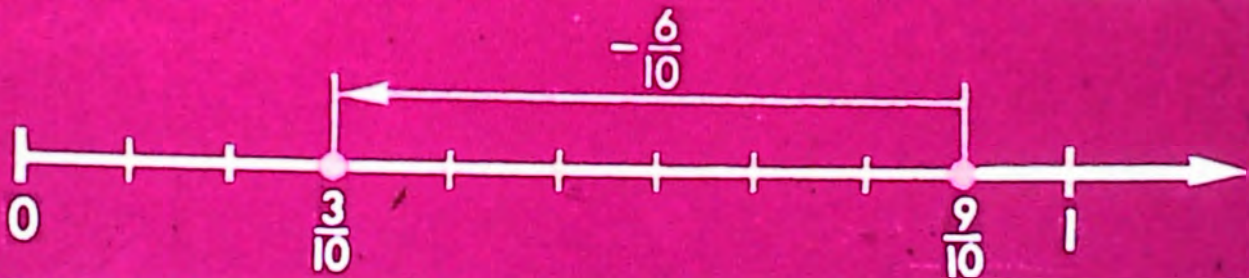


$$\frac{4}{11} + \frac{5}{11} = \frac{9}{11}$$

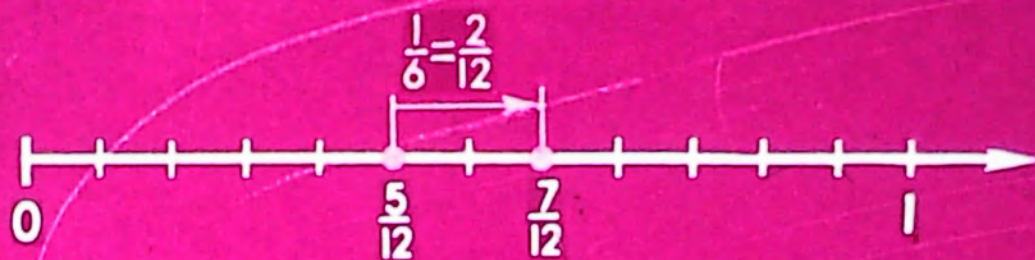
При сложении дробей с одинаковыми знаменателями к числителю первой дроби прибавляют числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель.



$$\frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$$



При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями из числителя первой дроби вычитают числитель второй дроби и оставляют тот же знаменатель. Вычитание дробей $\frac{9}{10} - \frac{6}{10}$ можно заменить сложением: $\frac{9}{10} + \left(-\frac{6}{10}\right)$.



$$\frac{5}{12}$$

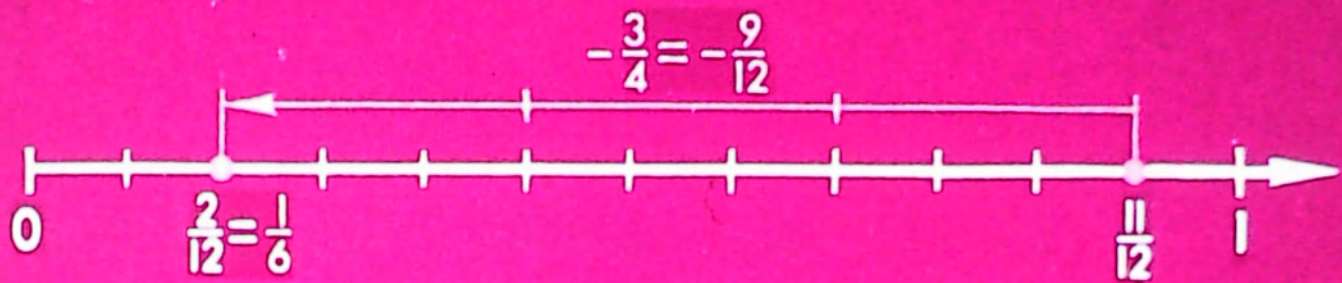


$$\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

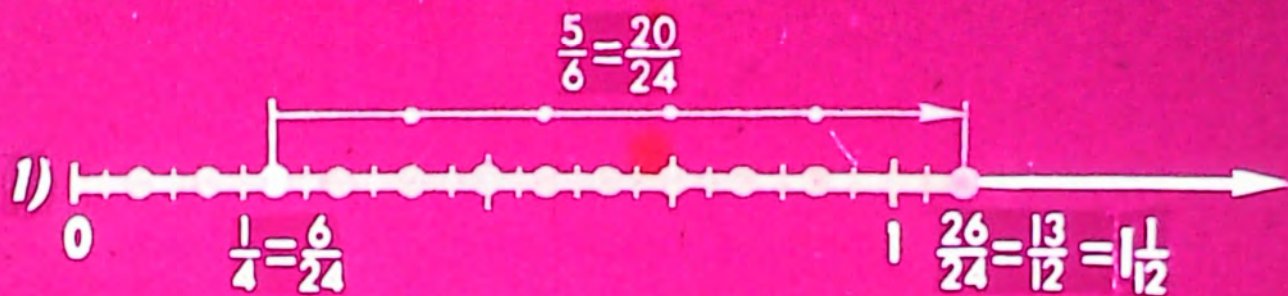


$$\frac{5}{12} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} + \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$

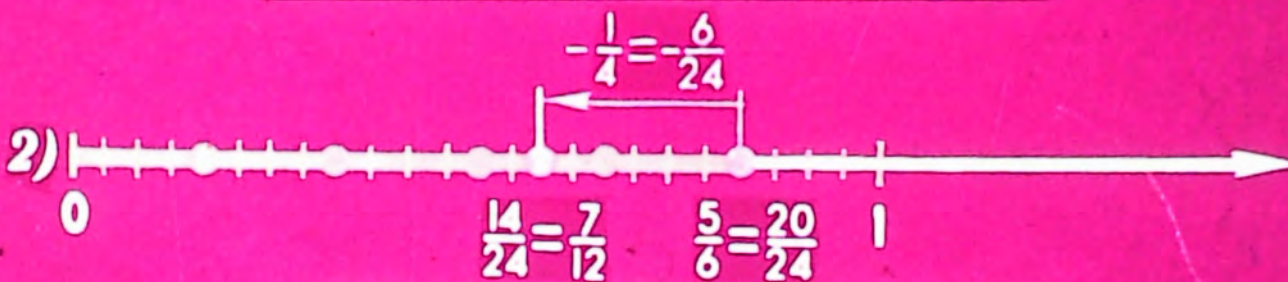
Для сложения и вычитания дробей с разными знаменателями надо сначала привести их к общему знаменателю. Если знаменатель одной дроби *кратен* знаменателю другой, то его и надо брать в качестве общего знаменателя.



$$\frac{11}{12} - \frac{3}{4} = \frac{11}{12} - \frac{9}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

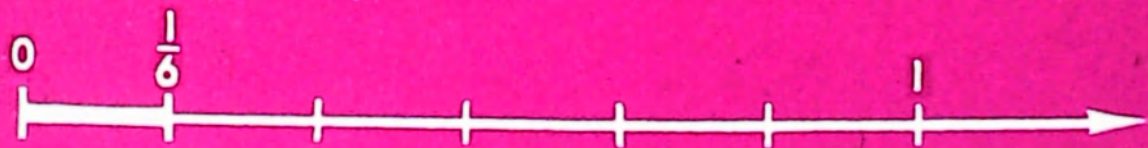
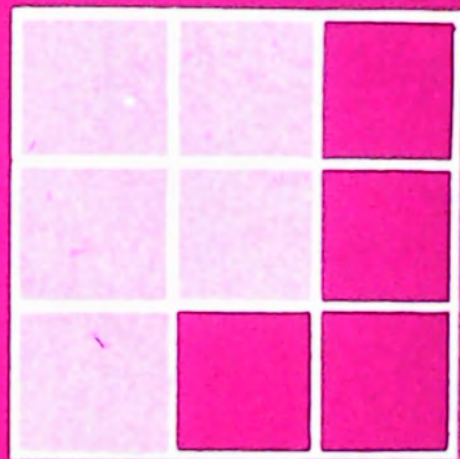


$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{1 \cdot 6 + 5 \cdot 4}{4 \cdot 6} = \frac{2 \cdot (3 + 10)}{4 \cdot 6} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

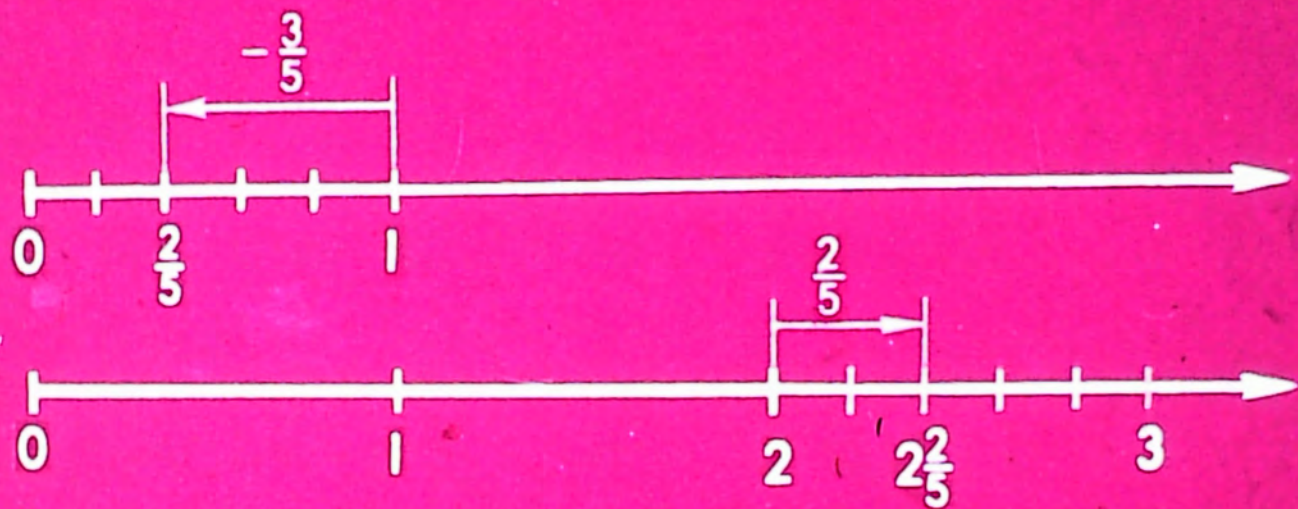


$$\frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 4 - 6 \cdot 1}{6 \cdot 4} = \frac{2 \cdot (10 - 3)}{6 \cdot 4} = \frac{7}{12}$$

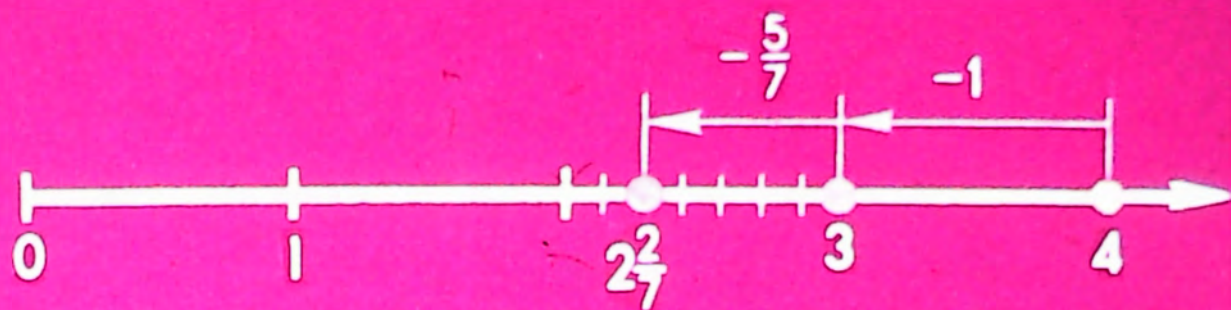
Если знаменатели дробей *не кратны* друг другу, то про-
ще всего за общий знаменатель взять их произведение.



Если от круга отрезать $\frac{3}{8}$ круга, то останется $\frac{5}{8}$ круга. Сумма дробей $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$ равна 1. Дробь $\frac{5}{8}$ называют дополнением дроби $\frac{3}{8}$ до 1. Используя рисунки, найдите дополнение до 1 дроби: $\frac{5}{9}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{6}$.



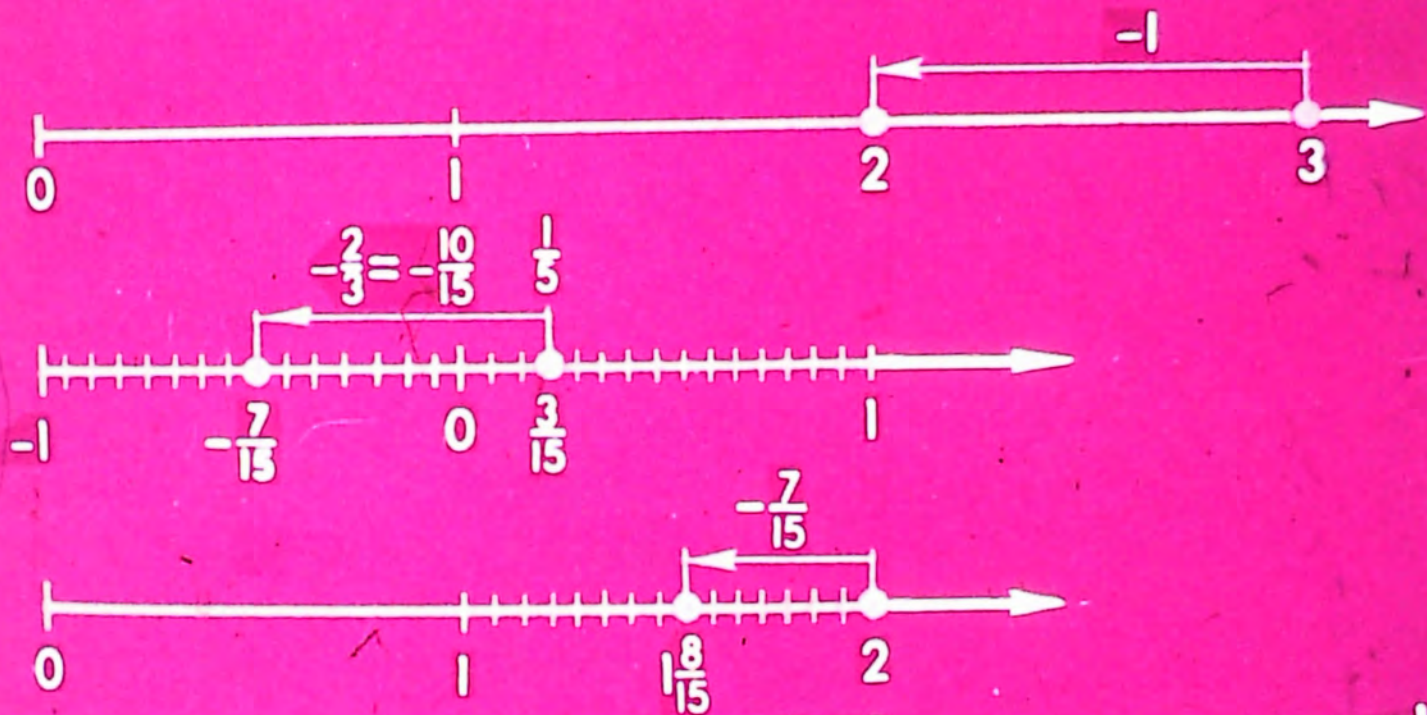
Переместительный и сочетательный законы сложения верны для любых чисел. Они применяются при сложении и вычитании дробных чисел. Найдем значение выражения $3 - \frac{3}{5}$. Представим 3 в виде суммы 2 и 1. Получим $(2+1) - \frac{3}{5}$ или по сочетательному закону $2 + (1 - \frac{3}{5})$. Объясните по рисунку дальнейший ход решения.



Найдем значение выражения $4 - 1\frac{5}{7}$. Представим число $1\frac{5}{7}$ в виде суммы $1 + \frac{5}{7}$. Тогда $4 - (1 + \frac{5}{7}) = (4 - 1) - \frac{5}{7}$.

Объясните дальнейший ход решения по рисунку.

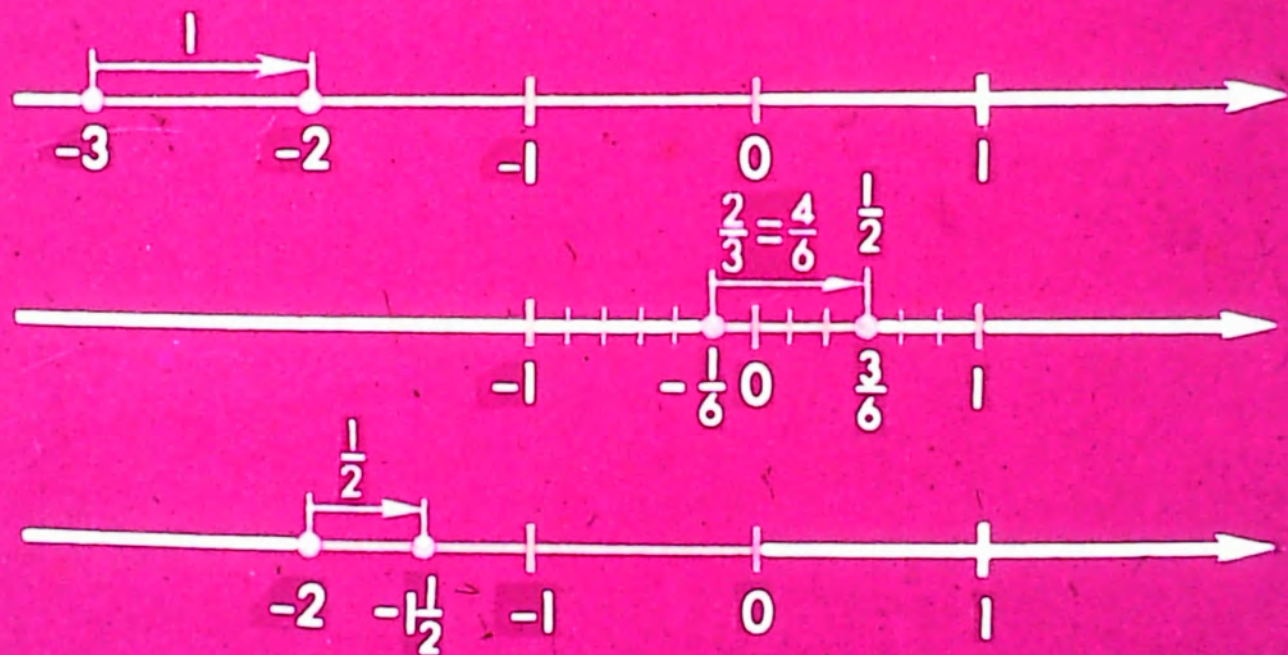
$$3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3} = 3 + \frac{1}{5} + (-1 - \frac{2}{3}) = (3 - 1) + (\frac{1}{5} - \frac{2}{3}) = 2 - \frac{7}{15} = 1\frac{8}{15}$$



Найдем значение выражения $3\frac{1}{5} - 1\frac{2}{3}$. Представим число $3\frac{1}{5}$ в виде $3 + \frac{1}{5}$, а число $-1\frac{2}{3}$ в виде $-1 - \frac{2}{3}$.

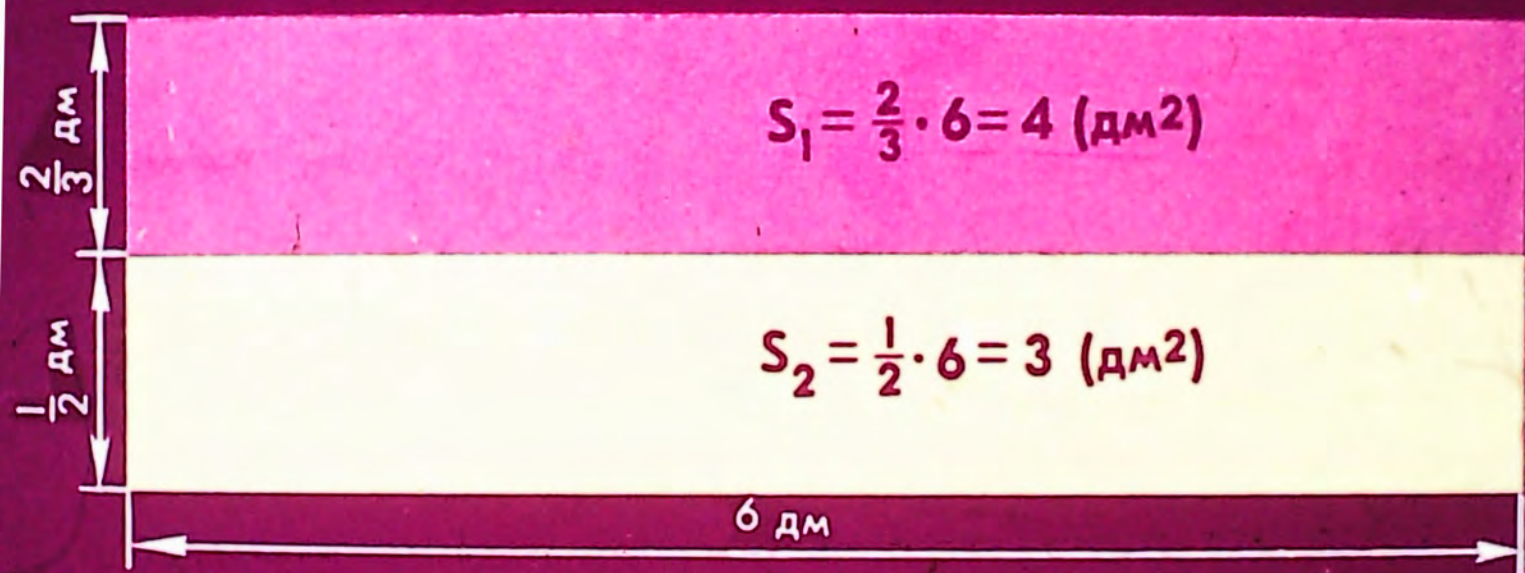
Объясните дальнейший ход решения.

$$-3\frac{1}{6} + 1\frac{2}{3} = -3 - \frac{1}{6} + 1 + \frac{2}{3} = (-3 + 1) + (-\frac{1}{6} + \frac{4}{6}) = -2 + \frac{1}{2} = -1\frac{1}{2}.$$



Найдем значение выражения $-3\frac{1}{6} + 1\frac{2}{3}$.

Объясните данный ход решения.



$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right) \cdot 6 = \frac{2}{3} \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 4 + 3 = 7$$

Распределительный закон умножения относительно сложения верен для любых чисел. Он применяется для упрощения вычислений.

КОНЕЦ

Диафильм сделан по заказу
Министерства просвещения СССР

Автор кандидат педагогических наук
А. ЧЕСНОКОВ

Художник-оформитель **И. ШАТАЛОВА**

Редактор **В. ЧЕРНИНА**

Д-029-78

Студия «Диафильм» Госкино СССР, 1978 г.
101 000, Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7

Цветной 0-30